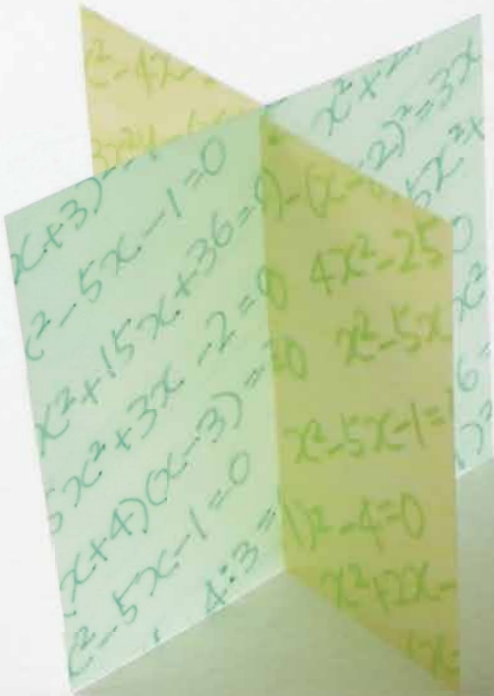
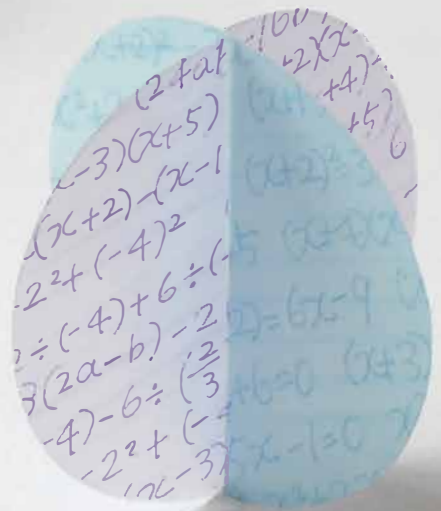


重要パターン演習

数学 1年

新訂版



方程式の解き方や等式の性質等の問題集
中1数学 | 重要パターン演習

§1. 方程式の解き方

Introduction

方程式とは、等式の性質、移項

▶ 方程式とは

前章の「関係を表す式」で等式を学習した。例えば、等式 $3x+4=13$ を考える。 x に1から順に自然数を代入していき、左辺の値を調べる。

$$x=1 \text{ のとき, (左辺)}=3 \times 1+4=7$$

$$x=2 \text{ のとき, (左辺)}=3 \times 2+4=10$$

$$x=3 \text{ のとき, (左辺)}=3 \times 3+4=13$$

となり、 $x=3$ のとき、左辺と右辺の式の値が等しくなり、等式が成り立つ。

このように、 x の値によって成り立ったり、成り立たなかったりする等式を**方程式**という。また、方程式を成り立たせる値を、方程式の**解**という。上記の場合、解は3である。

方程式の解を求めることを、**方程式を解く**という。

☞ x の値にかかわらず、等式が成り立つものを**恒等式**という。例えば、等式 $4x-2(x-6)=5x-3(x-4)$ には、 x にどんな数を入れても等式が成り立つ。

□Ex.064□ 0, 1, 2, 3のうち、方程式 $3x+5=5x+1$ の解はどれか、求めなさい。

▶ 等式の性質

方程式を解くためには、等式がもっている5つの性質を理解しておく必要がある。

等式の性質

- $A=B$ ならば
- ① $A+C=B+C$
 - ② $A-C=B-C$
 - ③ $AC=BC$
 - ④ $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$ ただし、 $C \neq 0$
 - ⑤ $B=A$

☞ ①は両辺に同じ数を加える
②は両辺から同じ数をひく
③は両辺に同じ数をかける
④は両辺を同じ数でわることを意味しており、いずれも等式が成り立つ。

▶ 移項

方程式 $x-2=-7$ を解いてみる。等式の性質を用い、①の両辺に2を加え、左辺を整理すると右の②のようになる。

①と②の式を比べると、①の式の左辺にあった -2 が、**符号が変わって**、右辺に移り、 $+2$ になっている。このように、等式では、一方の辺にある項を、符号を変えて他方の辺に移すことができる。これを**移項**という。

方程式は、等式の性質③～⑤と移項の性質を用いて解くことになる。

$$\begin{aligned} x-2 &= -7 && \dots \text{①} \\ x-2+2 &= -7+2 && \\ x &= -7+2 && \dots \text{②} \\ x &= -5 && \end{aligned}$$

例題 50 <等式の性質を用いた方程式の解き方>

次の方程式を等式の性質を用いて解いた。例のように、空らんにあてはまる数をうめ、矢印がどのような式の変形を表しているか書きなさい。また、どの等式の性質を用いているかを下の①～④の中から選び、番号で答えなさい。

(例) $x-4=-6$
 $x-4\boxed{+4}=-6\boxed{+4}$ 両辺に 4 を加える。①
 $x=-2$

(1) $x+5=-1$
 $x+5\boxed{\text{ア}}=-1\boxed{\text{ア}}$
 $x=\boxed{\text{イ}}$

(2) $-2x=14$
 $\frac{-2x}{\boxed{\text{ア}}}=\frac{14}{\boxed{\text{ア}}}$
 $x=\boxed{\text{イ}}$

(3) $\frac{x}{4}=-7$
 $\frac{x}{4}\boxed{\text{ア}}=-7\boxed{\text{ア}}$
 $x=\boxed{\text{イ}}$

$A=B$ ならば ① $A+C=B+C$ ② $A-C=B-C$ ③ $AC=BC$ ④ $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$ ($C \neq 0$)

解説

Point $x=\dots$ になるように、等式の性質を用いて式を変形する。

(1) $x+5=-1$ 両辺から 5 をひく。②

$$x+5-5=-1-5$$

$$x=-6$$

(2) $-2x=14$ 両辺を -2 でわる。④

$$\frac{-2x}{-2}=\frac{14}{-2}$$

$$x=-7$$

(3) $\frac{x}{4}=-7$ 両辺に 4 をかける。③

$$\frac{x}{4} \times 4 = -7 \times 4$$

$$x = -28$$

☞ 左辺から +5 がなくなれば $x=\dots$ の形になる。

☞ 左辺から -2 がなくなればよいが、 -2 は x とかけられているので、両辺を -2 でわる。

☞ 左辺の分母である 4 がなくなれば $x=\dots$ の形になる。

□ Ex.065 □ 等式の性質を利用して、次の方程式を解きなさい。また、例題 50 の等式の性質の①～④のどれを用いたかも答えなさい。

(1) $\frac{x}{2} = -6$

(2) $x-7 = -5$

(3) $4x = -32$

(4) $6+x = -3$

(5) $\frac{2}{3}x = -4$

例題 51 <方程式の解き方>

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x = 8x + 10$

(2) $5x - 4 = 2x + 11$

解答

Point 1次方程式を解く手順

- ① 文字 x を含む項は左辺に、数の項を右辺に移項する。
- ② 両辺を簡単にして、 $ax = b$ の形にする。
- ③ 両辺を x の係数の a でわる。

移項…等式で、一方の辺にある項を、符号を変えて他方の辺に移すこと。

(1) $3x = 8x + 10$

 $8x$ を移項して、

$3x - 8x = 10$

$-5x = 10$

両辺を -5 でわって、

$x = -2$

(2) $5x - 4 = 2x + 11$

 $2x$, -4 を移項して、

$5x - 2x = 11 + 4$

$3x = 15$

両辺を 3 でわって、

$x = 5$

☞ 移項して整理した結果、 $ax + b = 0$ (左辺が x の1次式) になる方程式を1次方程式という。

☞ 詳細は P56 の **Introduction** を参照

☞ 方程式を解くときは、等号 = が縦に並ぶように書くこと。

□ Ex.066 □ 次の方程式を解きなさい。

(1) $7x + 8 = -20$

(2) $9x = 5x - 8$

(3) $5x - 2 = -11 + 2x$

(4) $-3x + 17 = 1 + 5x$

例題 52 <() を含む方程式>

方程式 $3x + 2(5x - 7) = -1$ を解きなさい。

解答

Point 分配法則で () をはずしてから、例題 51 の手順で解く。

$3x + 2(5x - 7) = -1$

かっこをはずして、

$3x + 10x - 14 = -1$

$3x + 10x = -1 + 14$

$13x = 13$

$x = 1$

☞ 分配法則を用いて、
 $2(5x - 7)$
 $= 2 \times 5x - 2 \times 7$
 $= 10x - 14$

□ Ex.067 □ 次の方程式を解きなさい。

(1) $2 - (x + 8) = 2x$

(2) $7x - 2 = 2(x + 5)$

(3) $11x + 9 = 3(x - 5)$

(4) $2x = 3(x + 4) - 8$

例題 53 <小数を含む方程式>

方程式 $0.3x + 0.1 = 0.25x - 1$ を解きなさい。

解答

Point 小数を含む方程式…両辺を 10 倍, 100 倍して, 小数を含まない形にする。
(等式の性質③)

両辺を 100 倍して, $(0.3x + 0.1) \times 100 = (0.25x - 1) \times 100$

$$30x + 10 = 25x - 100$$

$$30x - 25x = -100 - 10$$

$$5x = -110$$

$$x = -22$$

☞ 両辺を 10 倍すると, $0.25x$ が $2.5x$ となり, 小数のままになる。よって, 両辺を 100 倍する。

□ Ex.068 □ 次の方程式を解きなさい。

(1) $0.7x - 1.2 = 0.5x + 1.8$ (2) $0.01x - 0.18 = 0.03 + 0.08x$ (3) $0.6x - 2 = 2x + 0.8$

(4) $0.5x + 0.08 = 0.18x + 2$ (5) $1.2x - 3(0.1x + 0.6) = 1.8$

例題 54 <分数を含む方程式>

次の方程式を解きなさい。

(1) $\frac{2}{5}x - 3 = \frac{3}{10}x + \frac{1}{2}$

(2) $\frac{2x+1}{3} = \frac{5}{6}x - 1$

(3) $\frac{5x-1}{3} - \frac{4-x}{2} = 2$

解答

Point 分数を含む方程式…分母の最小公倍数を両辺にかけて, 分母をはらう。
(等式の性質③)

(1) 両辺に 10 をかけて,

$$10 \times \left(\frac{2}{5}x - 3 \right) = 10 \times \left(\frac{3}{10}x + \frac{1}{2} \right)$$

$$4x - 30 = 3x + 5$$

$$4x - 3x = 5 + 30$$

$$x = 35$$

(2) 両辺に 6 をかけて,

$$6^2 \times \frac{2x+1}{3} = 6 \times \left(\frac{5}{6}x - 1 \right)$$

$$2(2x+1) = 5x - 6$$

$$4x + 2 = 5x - 6$$

これを解くと, $x = 8$ (3) 両辺に 6 をかけて, $6 \times \left(\frac{5x-1}{3} - \frac{4-x}{2} \right) = 6 \times 2$

$$6^2 \times \frac{5x-1}{3} - 6^3 \times \frac{4-x}{2} = 12$$

$$2(5x-1) - 3(4-x) = 12$$

これを解くと, $x = 2$

☞ (1) の分母 5, 10, 2 の最小公倍数は 10

☞ (2) で分子が式で分配法則を用いるとき, 分子に () をつけることを忘れないように。

☞ 分配法則で () をはずすときに, $\frac{5x-1}{3}$, $\frac{4-x}{2}$ で 1 つのカタマリとみて 6 をかけること。

□ Ex.069 □ 次の方程式を解きなさい。

(1) $\frac{1}{2}x - 4 = \frac{2}{3}x$

(2) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}$

(3) $\frac{5x+1}{4} = \frac{2x-8}{3}$

(4) $\frac{2x-1}{3} + 2x = 13$

(5) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{2x-3}{4}$

(6) $\frac{x+1}{5} - \frac{7x-3}{10} = -\frac{5}{2}$

例題 55 <比例式の計算>

方程式 $6 : (2x-1) = 4 : (x-5)$ を解きなさい。

解答

Point 比例式… $A : B = C : D$ ならば, $AD = BC$
(外項の積=内項の積) が成り立つ。

(外項の積) = (内項の積) より, $6(x-5) = 4(2x-1)$

$$6x - 30 = 8x - 4$$

これを解くと, $x = -13$

☞ $A : B = C : D$ が成り立つときは, 比の値が等しい。

$$\text{だから, } \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

両辺に BD をかけて,

$$AD = BC$$

□ Ex.070 □ 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2) : 6 = 4 : 3$

(2) $2x : 5 = (x-3) : 4$

(3) $\left(\frac{1}{2}x+3\right) : 5 = 7 : 4$

例題 56 <定数を求める問題>

x についての方程式 $5x+2a=ax-2$ の解が -4 であるとき, a の値を求めなさい。

解答

Point 方程式の解は, 原則, 解を代入する。

$5x+2a=ax-2$ に $x=-4$ を代入して,

$$5 \times (-4) + 2a = a \times (-4) - 2$$

$$-20 + 2a = -4a - 2$$

これを解くと,

$$a = 3$$

☞ x についての方程式の解が -4 なので, $x=-4$ を意味している。

□ Ex.071 □ 次の問いに答えなさい。

(1) x についての方程式 $7x+a=ax-9$ の解が -3 であるとき, a の値を求めなさい。

(2) x についての方程式 $\frac{ax-1}{2} - \frac{2x+4}{3} = -1$ の解が 1 であるとき, a の値を求めなさい。

(3) x についての方程式 $3x+a=7+2x$ の解が方程式 $2x-5=5x+4$ の解と等しいとき, a の値を求めなさい。

練習問題

1 等式の性質を利用して、次のように方程式を解いた。□にあてはまる数を答えなさい。また、()には、利用した等式の性質を下から選んで番号で答えなさい。

例題 50

(1) $3x = -15$ $x = \square$	↘ ()	(2) $x - 3 = -15$ $x = \square$	↘ ()	(3) $4 + x = 8$ $x = \square$	↘ ()
(4) $\frac{x}{6} = 12$ $x = \square$	↘ ()	(5) $-\frac{2}{3}x = -12$ $-2x = \square$ $x = \square$	↘ (ウ) ↘ (エ)	(6) $7x - 2 = 19$ $7x = \square$ $x = \square$	↘ (ウ) ↘ (エ)

- | | |
|-----------------------|--|
| ① $A=B$ ならば $A+C=B+C$ | ② $A=B$ ならば $A-C=B-C$ |
| ③ $A=B$ ならば $AC=BC$ | ④ $A=B$ ならば $\frac{A}{C}=\frac{B}{C}$ ($C \neq 0$) |

2 次の方程式を解きなさい。

例題 51

(1) $x + 4 = 12$	(2) $x - 5 = 8$	(3) $2x + 7 = -11$
(4) $5x - 9 = -34$	(5) $7x = 6x - 4$	(6) $4x = -2x - 24$
(7) $-4x = -6x - 14$	(8) $2x + 1 = x - 5$	(9) $-x - 3 = 2x - 6$
(10) $-4x + 12 = 5x + 21$	(11) $3x - 15 = -2x + 30$	(12) $5x - 12 = -x - 18$
(13) $25 - 2x = 3x - 10$	(14) $9 - 4x = 2x + 45$	(15) $32 + 5x = 14 - 4x$
(16) $-14x + 133 = 3x + 14$	(17) $4x - 18 = -6x - 34$	(18) $11x + 57 = -3x + 36$

3 次の方程式を解きなさい。

例題 52

(1) $4 + (x - 9) = 11$	(2) $3 - (2x - 4) = 5$	(3) $9 = 8 - (5 - 3x)$
(4) $5 + (2x - 3) = 4 - (x - 3)$	(5) $2 + 3(x - 9) = -4$	(6) $9x - 3(2x - 4) = 24$
(7) $11 = 7 - 4(7 - x)$	(8) $5(x - 2) = 8 - 4x$	(9) $3(x - 1) + 3 = 5 - 7x$
(10) $2(x + 1) - (x - 1) = 4$	(11) $3(2x - 5) - 4x = 5(x + 1) + 1$	
(12) $8 - 3(2x - 1) = -1 + 3(1 - x)$	(13) $4(x - 2) = -3(2x - 4)$	
(14) $4(x + 1) - (x - 1) = 17$	(15) $2(2x - 1) - 3(x - 1) = 0$	

4 次の方程式を解きなさい。

例題 53

(1) $0.3x = 1.2$	(2) $0.2x - 0.4 = 0.5$	(3) $-6.6 + x = 3.4$
(4) $0.5 - 0.25x = 1$	(5) $0.3x + 1.6 = 1.2 - 0.1x$	(6) $1.3x - 3 = 0.2x - 0.8$
(7) $0.7x - 2 = 0.3x - 0.8$	(8) $5x - 3.75 = 5.25x - 1$	(9) $x + 3.5 = 0.25x + 3$
(10) $4(x - 0.6) - 2.6 = 1.5x$	(11) $3(x - 0.9) - 4 = 2.6x - 5.1$	
(12) $1.2(2x - 1) - 2.7(x - 2) = 3.6$	(13) $0.3x - 0.2(0.1x + 0.4) = 0.2$	

5 次の方程式を解きなさい。

例題 54

(1) $-1 + \frac{x}{2} = \frac{x}{4}$

(2) $1 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$

(3) $\frac{5}{6}x - 4 = \frac{7}{8}x - 3$

(4) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x - 1$

(5) $\frac{7}{16}x - \frac{3}{4} - \frac{3}{8}x = \frac{1}{2}x$

(6) $\frac{3x-2}{4} = \frac{x+1}{3}$

(7) $\frac{x-2}{6} = \frac{3x+1}{4}$

(8) $\frac{x-2}{7} = \frac{1-x}{3}$

(9) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x-3}{4} = 1$

(10) $\frac{3x+5}{4} = \frac{x+1}{2} + 3$

(11) $\frac{x-1}{3} - \frac{1-3x}{4} = 7$

(12) $\frac{2x+5}{6} - \frac{3x-2}{8} = 1$

6 次の方程式を解きなさい。

例題 54

(1) $5 - \frac{2x-3}{3} = \frac{1}{2}(3x-1)$

(2) $3(x-1) = \frac{5x-1}{7} + 2x$

(3) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-1}{4} = \frac{x+2}{3}$

(4) $1 - \frac{3(2-x)}{4} = \frac{2x-1}{3}$

(5) $1 = \frac{2x-1}{3} + \frac{x+3}{2}$

(6) $-x = \frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{2} - 1$

(7) $\frac{x+3}{4} - \frac{x+1}{3} - \frac{x-5}{6} = 4$

(8) $2 + \frac{2(1-x)}{3} = 1 - \frac{7}{6}x$

7 次の方程式を解きなさい。

例題 55

(1) $3 : 8 = (x-1) : 16$

(2) $3 : (x-3) = 6 : x$

(3) $7 : (4x+2) = 6 : (1-3x)$

(4) $2x : (x+3) = 5 : 4$

(5) $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = (3x-4) : (3x-2)$

(6) $\left(\frac{1}{2}x+4\right) : \left(\frac{1}{3}x-4\right) = 3 : 4$

8 次の x についての方程式が [] の中に与えられた解をもつとき、 a の値を求めなさい。

(1) $3x-5 = -2x+a$ [$x=2$]

(2) $4-2ax=5a+3x$ [$x=-3$]

例題 56

9 次の問いに答えなさい。

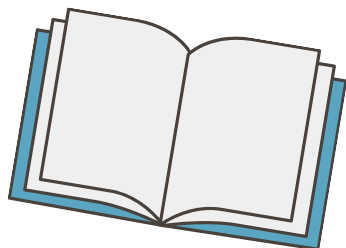
例題 56

(1) x についての方程式 $\frac{2ax-1}{2} - \frac{2x-a}{3} = 1$ の解が $\frac{1}{2}$ であるとき、 a の値を求めなさい。(2) x についての方程式 $6 : (x-3) = 3 : x$ の解と方程式 $3x+16 = a-x$ の解が同じであるとき、 a の値を求めなさい。

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧ください
ありがとうございます。

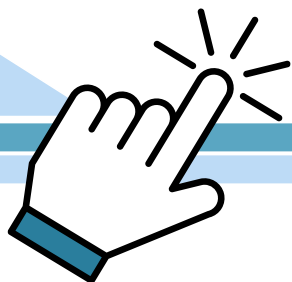
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。