重要パターン演習

数学 3年

新訂版

関数y＝ax^2 とそのグラフや放物線等の問題集

中3数学｜重要パターン演習

第５章　２乗に比例する関数

§１．関数 $y=ax^2$ とそのグラフ

Introduction　関数 $y=ax^2$，放物線，変化の割合

▶ 関数 $y=ax^2$

Y は X に比例するとき，$Y=aX$…①と表せる。$X=x^2$, $Y=y$ とすると，①は $\boldsymbol{y=ax^2}$ となり，**y は x の２乗に比例**するといえる。ある斜面でボールを転がしたときの転がった距離 ym は，転がり始めてからの時間 x 秒の２乗に比例することが知られている。

☞ a は**比例定数**という。

☞２乗に比例する関数では，この運動がたびたび登場する。

例えば，関数 $y=2x^2$ について，$x=0$，1，…，4 の対応表を完成させると右のようになる。

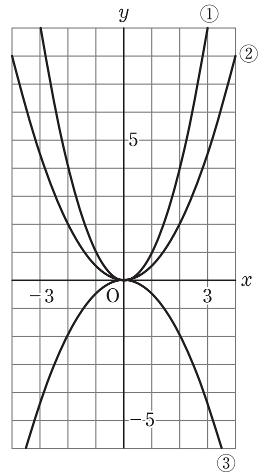
x	0	1	2	3	4
y	0	2	8	18	32

このとき，x の値を２倍，３倍すると，y の値が４倍，９倍になっていることがわかる。一般に，y は x の２乗に比例するとき，**x の値が p 倍になると，y の値は p^2 倍**になる。

▶ 関数 $y=ax^2$ のグラフ

$y=x^2$…①, $y=\dfrac{1}{2}x^2$…②, $y=-\dfrac{1}{2}x^2$…③の対応表から点をとり，グラフをかくと，右の図のようになる。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
① $y=x^2$	9	4	1	0	1	4	9
② $y=\frac{1}{2}x^2$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$
③ $y=-\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$



関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴は，以下のようになる。

1. **原点**を通る**放物線**
2. y 軸について対称
3. $\boldsymbol{a>0}$ のときは**上に開き**，$\boldsymbol{a<0}$ のときは**下に開く**。
4. a の**絶対値が大きい**ほど，グラフの開き方が**小さい**。

▶ 変化の割合

$y=ax^2$ で，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は $\boldsymbol{a(p+q)}$ となる。

☞１次関数 $y=ax+b$ で，変化の割合は，x の値によらず a

$x=p$ のとき，$y=ap^2$　　$x=q$ のとき，$y=aq^2$ となる。

よって，$(\text{変化の割合})=\dfrac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}$

$$=\frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(p+q)$$

やや難しい変化の割合の問題になると効果を発揮する公式なので，覚えておきたい。

例題 101 ＜２乗に比例する関数＞

１辺の長さが $x$cm の正方形を底面とする，高さ 3cm の四角柱の体積を $y$cm^3 とする。このとき，次の問いに答えなさい。

x(cm)	0	1	2	3	4
y(cm^3)	0	3	ア	イ	ウ

(1)　y を x の式で表しなさい。　(2)　右上の表の空欄**ア**～**ウ**を求めなさい。

(3)　x の値を２倍，３倍したときに，y の値はそれぞれどうなるか，答えなさい。

解答

Point　**y は x の２乗に比例…$y=ax^2$(a は比例定数)**
x の値を p 倍すると，y の値は p^2 倍になる。

(1)　(四角柱の体積)＝(底面積)×(高さ) より，$y=x^2\times3$　　よって，$\boldsymbol{y=3x^2}$

(2)　$x=2$ を代入して，$y=3\times2^2=$**12…ア**，$x=3$ を代入して，$y=3\times3^2=$**27…イ**，
$x=4$ を代入して，$y=3\times4^2=$**48…ウ**

(3)　$x=1$，$y=3$ を基準にして，
x の値を２倍すると，y の値は $12\div3=$**4（倍）**
x の値を３倍すると，y の値は $27\div3=$**9（倍）**になる。

☞ x の値を２倍すると，y の値は 2^2 倍，x の値を３倍すると，y の値は 3^2 倍になる。

❒ **Ex.122** ❒　次のことがらについて，y を x の式で表し，y は x の２乗に比例するものを選びなさい。

(1)　１辺が $x$cm の立方体の表面積を $y$cm^2 とする。

(2)　半径が $x$cm の半円の面積を $y$cm^2 とする。

(3)　底面の半径が $x$cm，高さが半径の３倍の円柱の体積を $y$cm^3 とする。

例題 102 ＜２乗に比例する関数の式＞

y は x の２乗に比例する関数で，$x=-2$ のとき，$y=12$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。　(2)　$x=5$ のとき，y の値を求めなさい。

(3)　$y=18$ のとき，x の値を求めなさい。

解答

Point　**y は x の２乗に比例…$y=ax^2$（a は比例定数）**

(1)　y は x の２乗に比例するので，$y=ax^2$ とする。
$x=-2$，$y=12$ を代入して，$12=a\times(-2)^2$　これを解くと，$a=3$　　よって，$\boldsymbol{y=3x^2}$

(2)　$x=5$ を代入して，$y=3\times5^2=$**75**

(3)　$y=18$ を代入して，$3x^2=18$　　これを解くと，$x=\boldsymbol{\pm\sqrt{6}}$

☞答えが２つあることに注意

❒ **Ex.123** ❒　y は x の２乗に比例する関数で，$x=3$ のとき，$y=-18$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。　(2)　$x=-2$ のとき，y の値を求めなさい。

(3)　$y=-48$ のとき，x の値を求めなさい。

❒ **Ex.124** ❒　y は x の２乗に比例する関数で，$x=4$ のとき，$y=4$ である。このとき，次の問いに答えなさい。

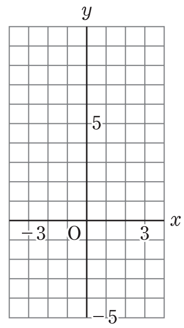
(1)　$x=-2$ のとき，y の値を求めなさい。　(2)　$y=8$ のとき，x の値を求めなさい。

例題 103 ＜ $y=ax^2$ のグラフ(1)＞

次の関数について，対応表を完成させ，右の座標平面にグラフをかきなさい。

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$　　(2) $y=x^2$　　(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



解答

Point $y=ax^2$ のグラフの特徴…1 原点を通る放物線　2 y 軸について対称

(1)

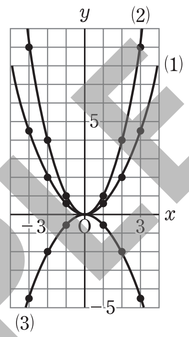
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

(2)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

(3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$



☞放物線をかくときは，なめらかに曲線をひくこと。
$a>0$ のとき，上に開き，$a<0$ のとき，下に開くことを確認しておくこと。
また，(1)，(3)は a の絶対値が等しく，符号が異なっており，x 軸について対称になっている。

□Ex.125□ 例題 103 の座標平面に，(1) $y=\frac{1}{3}x^2$，(2) $y=-x^2$ のグラフをかきこみなさい。

例題 104 ＜ $y=ax^2$ のグラフ(2)＞

下の**ア**～**カ**の関数について，(1)～(3)にあてはまるものを選び，記号で答えなさい。

ア $y=-x^2$　**イ** $y=\frac{1}{4}x^2$　**ウ** $y=2x^2$　**エ** $y=-2x^2$　**オ** $y=-\frac{1}{4}x^2$　**カ** $y=3x^2$

(1) グラフが下に開くもの　　(2) グラフの開き方が最も小さいもの

(3) グラフが x 軸について対称になる組

解答

Point $y=ax^2$ のグラフの特徴…3 $a>0$ のとき，上に開く。　$a<0$ のとき，下に開く。
4 a の絶対値が小さいほど，開き方が大きい。

(1) $a<0$ のものを選ぶと，**ア**，**エ**，**オ**

(2) a の絶対値が最も大きいものを選ぶと，**カ**

(3) a の絶対値が等しいものを選ぶと，**イ**と**オ**，**ウ**と**エ**

☞ x 軸について対称なときは，a の符号が異なり，絶対値が等しい。

□Ex.126□ 下の**ア**～**カ**の関数について，(1)～(3)にあてはまるものを選び，記号で答えなさい。

ア $y=\frac{1}{2}x^2$　**イ** $y=-x^2$　**ウ** $y=\frac{3}{2}x^2$　**エ** $y=x^2$　**オ** $y=-\frac{1}{4}x^2$　**カ** $y=-\frac{1}{2}x^2$

(1) グラフが下に開くもの　　(2) グラフの開き方が最も大きいもの

(3) グラフが x 軸について対称になる組

例題 105 ＜変化の割合(1)＞

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が -2 から 6 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

解答

Point　**(変化の割合)$=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$**

$y=ax^2$ で，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は $a(p+q)$

$x=-2$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$x=6$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times6^2=18$

よって，(変化の割合)$=\frac{18-2}{6-(-2)}=\mathbf{2}$

別解　公式を用いて，$\frac{1}{2}(-2+6)=\mathbf{2}$

☞

x	-2	6
y	2	18

❒ Ex.127 ❒　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(2)　関数 $y=2x^2$ について，x の値が -6 から 2 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(3)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が -4 から 1 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

例題 106 ＜変化の割合(2)＞

x の値が 1 から 3 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$，$y=4x+1$ の変化の割合は等しくなる。このとき，a の値を求めなさい。

解答

Point　**$y=ax^2$ で，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は $a(p+q)$**

$y=ax+b$ の変化の割合は，a で一定

$y=ax^2$ で，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は，

$a(1+3)=4a$…①

$y=4x+1$ では，変化の割合は常に 4…②

①，②より，$4a=4$　　これを解くと，$\mathbf{a=1}$

☞

x	1	3
y	a	$9a$

$\frac{9a-a}{3-1}=4a$

❒ Ex.128 ❒　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が -2 から a まで増加するときの変化の割合が 3 になる。このとき，a の値を求めなさい。

(2)　x の値が -3 から 1 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$，$y=3x-2$ の変化の割合は等しくなる。このとき，a の値を求めなさい。

(3)　関数 $y=3x^2$ について，x の値が t から $t+2$ まで増加するときの変化の割合が 12 である。このとき，t の値を求めなさい。

例題 107 ＜変域(1)＞

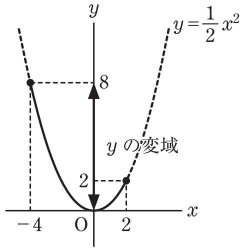
関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-4\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

解答

Point　**変域の問題…グラフに表す。**

$x=-4$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$，$x=2$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

右のグラフより，y の変域は，$\mathbf{0\leqq y\leqq 8}$



❒ **Ex.129** ❒　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=2x^2$ で，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2)　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ で，x の変域が $1\leqq x\leqq 6$ のとき，y の変域を求めなさい。

(3)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-8\leqq x\leqq 6$ のとき，y の変域を求めなさい。

例題 108 ＜変域(2)＞

関数 $y=2x^2$ で，x の変域が $-3\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域が $b\leqq y\leqq 32$ となる。このとき，a，b の値を求めなさい。

解答

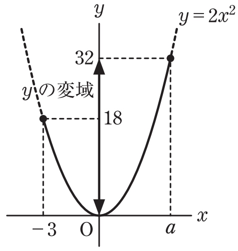
Point　**変域の問題…グラフに表す。**

$x=-3$ のとき，$y=2\times(-3)^2=18$ となる。

$y=2x^2$ に $y=32$ を代入すると，$2x^2=32$　　これを解くと，$x=\pm 4$

x の最小値が -3 であることから，右の図より，$x=a$ のとき，最大値 32 をとる。よって，$\mathbf{a=4}$

また，右の図より，y の最小値が 0 なので，$\mathbf{b=0}$



❒ **Ex.130** ❒　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 18$ である。このとき，a の値を求めなさい。

(2)　関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-1\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域は $-8\leqq y\leqq 0$ である。このとき，a の値を求めなさい。

(3)　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ で，x の変域が $a\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は $b\leqq y\leqq 12$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

(4)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $a\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は $-18\leqq y\leqq 0$ である。このとき，a の値を求めなさい。

例題 109 ＜関数 $y=ax^2$ の利用＞

あるボールを落下させるとき，落下する距離は，落下した時間の２乗に比例する。２秒間でボールは 20m 落下する。x 秒間で ym ボールが落下するとして，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。　　(2)　６秒間でボールが落下する距離を求めなさい。

(3)　ボールを落下させてから何秒後に，ボールは 80m 落下することになるか，求めなさい。

解答

Point　y は x の２乗に比例…$y=ax^2$（a は比例定数）

(1)　$y=ax^2$ として，$x=2$，$y=20$ を代入して，$20=a\times2^2$

これを解くと，$a=5$　　よって，$\boldsymbol{y=5x^2}$

(2)　$x=6$ を $y=5x^2$ に代入して，$y=5\times6^2=$**180(m)**

(3)　$y=80$ を $y=5x^2$ に代入して，$5x^2=80$　　$x>0$ より，**4 秒後**

☞ $x=\pm4$ だが，$x>0$ より $x=4$

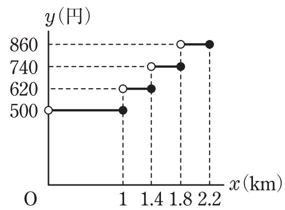
❒ **Ex.131** ❒　１つの電気抵抗がつながれている回路がある。その抵抗が消費する電力は，電流の２乗に比例する。ある回路で 2A の電流を流すと，60W の電力が消費される。回路を流れる電流が xA のときの抵抗が消費する電力を yW とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。　　(2)　回路に 3A の電流を流すと，電力は何 W か，求めなさい。

(3)　270W の電力が消費されるとき，回路に流れる電流は何 A か，求めなさい。

例題 110 ＜いろいろな関数＞

あるタクシー料金について，タクシーに乗る距離 $x$km と料金 y 円の関係をグラフに表すと右のようになった。この関係が続くとき，次の問いに答えなさい。



(1)　$x=2$ のとき，y の値を求めなさい。

(2)　$x=3.1$ のとき，y の値を求めなさい。

(3)　$y=1460$ のとき，x の最大値を求めなさい。

解答

Point　y の値がはじめから何回増加したかをつかむ。

(1)　グラフより，$y=$**860**

(2)　$1<x\leqq1+0.4\times1$　　のとき，$y=500+120\times1=620$

$1+0.4\times1<x\leqq1+0.4\times2$　　のとき，$y=500+120\times2=740$

⋮

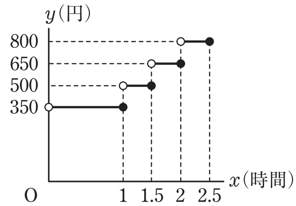
$1+0.4\times5<3.1\leqq1+0.4\times6$　　のとき，$y=500+120\times6=$**1220**

(3)　$1460=500+120\times8$ より，$1+0.4\times7<x\leqq1+0.4\times8$

よって，x の最大値は，**4.2**

☞値段が n 回増えたとすると，x の変域が $1+0.4(n-1)<x\leqq1+0.4n$ つまり，$0.6+0.4n<x\leqq1+0.4n$ のとき，$y=500+120n$

❒ **Ex.132** ❒　あるインターネットカフェの料金について，使用時間を x 時間，そのときの料金を y 円としてグラフに表すと，右のようになった。この関係が続くとき，次の問いに答えなさい。

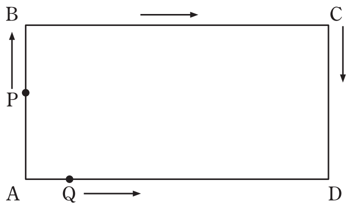


(1)　$x=3.7$ のとき，y の値を求めなさい。

(2)　$y=1550$ のとき，x の最大値を求めなさい。

例題 111 <動点と $y=ax^2$ >

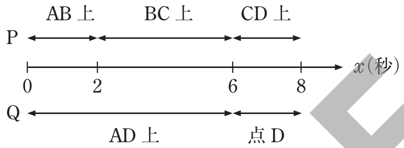
右の図のような AB＝6cm，BC＝12cm の長方形 ABCD の辺上を動く２点 P，Q がある。点 P は頂点 A を出発して，辺 AB，BC，CD 上を A→B→C→D の順に，毎秒 3cm の速さで，点 Q は頂点 A を出発して，辺 AD 上を A から D まで毎秒 2cm の速さで動き，２点 P，Q が点 D に達すると，そこで止まっているものとする。２点 P，Q が頂点 A を同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を $y$cm^2 とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。



解答

Point　**動点の問題…点がどの辺上にあるかで場合分けをする。**

点 P，Q がどの辺上にあるかを考える。時間軸を用いて整理すると，右の図のようになる。



(i)　**$0 \leqq x \leqq 2$** のとき，点 P は辺 AB 上，点 Q は辺 AD 上にあるから，

右の図より，$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 3x$　　よって，$\boldsymbol{y=3x^2}$

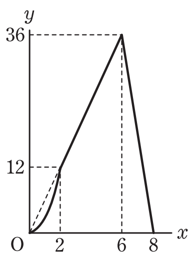
(ii)　**$2 \leqq x \leqq 6$** のとき，点 P は辺 BC 上，点 Q は辺 AD 上にあるから，

右の図より，$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 6$　　よって，$\boldsymbol{y=6x}$

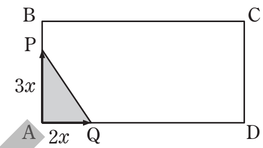
(iii)　**$6 \leqq x \leqq 8$** のとき，点 P は辺 CD 上，点 Q は点 D と重なっているので，右の図より，$y=\frac{1}{2}\times 12\times(24-3x)$

よって，$\boldsymbol{y=-18x+144}$

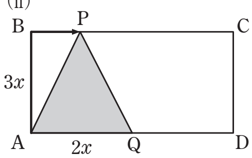
以上，(i)〜(iii)より，グラフに表すと，右の図のようになる。



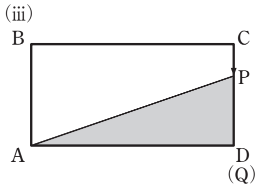
(i)



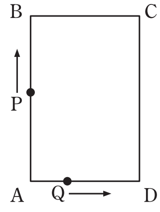
(ii)



(iii)

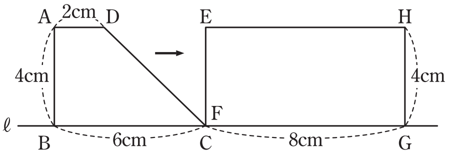


❐ **Ex.133** ❐　右の図のような AB＝6cm，BC＝4cm の長方形 ABCD の辺上を動く２点 P，Q がある。点 P は頂点 A を出発して，辺 AB，BC，CD 上を A→B→C→D の順に，毎秒 2cm の速さで動き，点 Q は頂点 A を出発して，辺 AD 上を A から D まで毎秒 1cm の速さで動く。２点 P，Q が点 D に達すると，そこで止まっているものとする。２点 P，Q が頂点 A を同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を $y$cm^2 とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。



例題 112 ＜図形の重なりと $y=ax^2$ ＞

　右の図のように台形 ABCD と長方形 EFGH が直線 ℓ 上に並び，点 C と点 F が重なっている。長方形を固定し，点 C が点 G に重なるまで，台形を矢印の方向に毎秒 1cm の速さで移動させる。x 秒後に重なってできる図形の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。



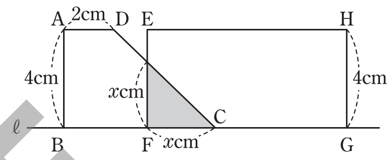
解答

Point　**図形の重なりの問題…重なった図形の形で場合分けをする。**

(i)　**$0\leqq x\leqq 4$ のとき**

重なってできる図形は，直角二等辺三角形になる。

右の図より，$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x^2}$



☞点 D が点 E と重なったときが場合分けの境界となる。

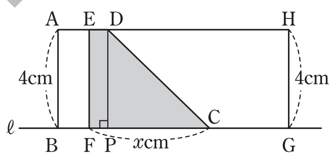
(ii)　**$4\leqq x\leqq 6$ のとき**

重なってできる図形は，台形になる。

右の図で，DP＝PC＝4cm だから，ED＝$x-4$(cm)

よって，$y=\{(x-4)+x\}\times 4\times\frac{1}{2}$

整理して，$\boldsymbol{y=4x-8}$



☞点 A が点 E と重なったときが場合分けの境界となる。

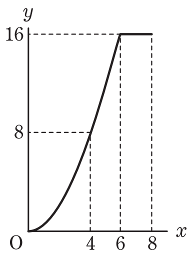
(iii)　**$6\leqq x\leqq 8$ のとき**

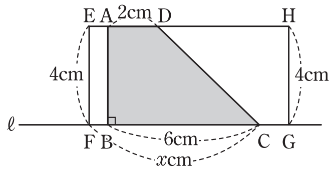
台形 ABCD が長方形 EFGH に全部重なるので，

$y=(2+6)\times 4\times\frac{1}{2}$

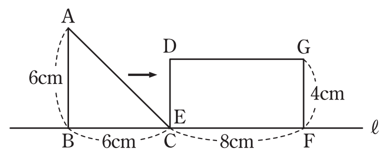
よって，$\boldsymbol{y=16}$

以上，(i)〜(iii)より，グラフに表すと右の図のようになる。





❐ **Ex.134** ❐　右の図のように直角二等辺三角形 ABC と長方形 DEFG が直線 ℓ 上に並び，点 C と点 E が重なっている。長方形を固定し，点 B が点 E に重なるまで，直角二等辺三角形を矢印の方向に毎秒 1cm の速さで移動させる。x 秒後に重なってできる図形の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。



練　習　問　題

1　次のことがらについて，y を x の式で表し，y は x の２乗に比例するものを選びなさい。
例題 101

(1)　１辺が $x$cm の立方体の体積を $y\text{cm}^3$ とする。

(2)　直径が $2x$cm の円の面積を $y\text{cm}^2$ とする。

(3)　底面の半径が $x$cm，高さが 9cm の円錐の体積を $y\text{cm}^3$ とする。

2　y は x の２乗に比例する関数で，$x=2$ のとき，$y=2$ である。このとき，次の問いに答えなさい。
例題 102

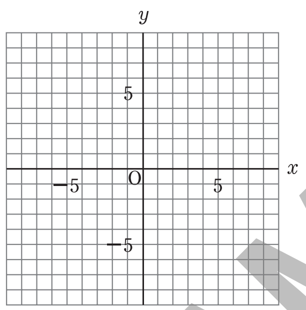
(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　$x=-4$ のとき，y の値を求めなさい。

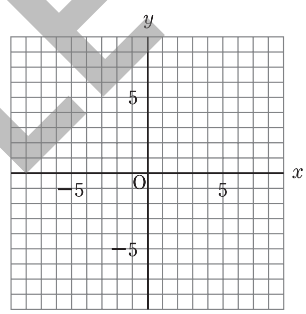
(3)　$y=18$ のとき，x の値を求めなさい。

3　次の関数について，座標平面にグラフをかきなさい。
例題 103

(1)　$y=-\dfrac{1}{3}x^2$



(2)　$y=2x^2$



4　下の**ア**～**カ**の関数について，次の問いに答えなさい。
例題 104

ア　$y=3x^2$　　**イ**　$y=\dfrac{3}{5}x^2$　　**ウ**　$y=-4x^2$　　**エ**　$y=-\dfrac{2}{3}x^2$　　**オ**　$y=4x^2$　　**カ**　$y=\dfrac{2}{3}x^2$

(1)　グラフが上に開くものをすべて選びなさい。

(2)　グラフの開き方が最も大きいものを選びなさい。

(3)　グラフが x 軸について対称になる組をすべて選びなさい。

5　次の問いに答えなさい。
例題 105

(1)　関数 $y=-x^2$ について，x の値が -1 から 4 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(2)　関数 $y=3x^2$ について，x の値が -2 から 3 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

6　次の問いに答えなさい。
例題 106

(1)　x の値が -1 から 3 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$，$y=-4x+5$ の変化の割合は等しくなる。このとき，a の値を求めなさい。

(2)　関数 $y=2x^2$ について，x の値が a から 2 まで増加するときの変化の割合が -6 になる。このとき，a の値を求めなさい。

7　次の問いに答えなさい。　例題 107

(1)　関数 $y=-2x^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(2)　関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ で，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

8　次の問いに答えなさい。　例題 108

(1)　関数 $y=-x^2$ で，x の変域が $a \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $-16 \leqq y \leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

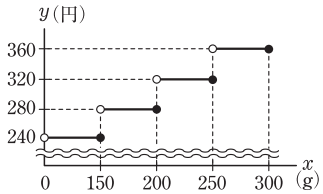
(2)　関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 5$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

9　自動車のブレーキがきき始めてから停止するまでの距離を制動距離という。ある自動車では，時速 $x$km で走っているときの制動距離を ym とすると，y は x の 2 乗に比例し，$x=40$ のとき $y=10$ になる。次の問いに答えなさい。　例題 109

(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　この自動車が時速 100km で走っているときの制動距離を求めなさい。

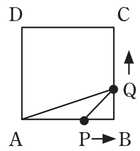
10　ある配達料金について，荷物の重さ xg と料金 y 円の関係をグラフに表すと，右のようになった。この関係が続くとき，次の問いに答えなさい。　例題 110

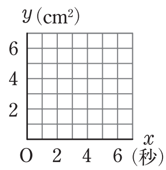


(1)　$x=250$ のとき，y の値を求めなさい。

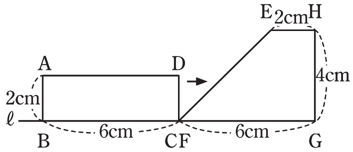
(2)　$y=1160$ のとき，x の最大値を求めなさい。

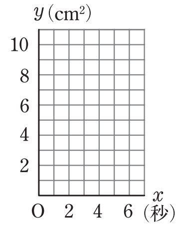
11　右の図は，1 辺の長さが 4cm の正方形 ABCD である。点 P は頂点 A を出発し，毎秒 2cm の速さで正方形の辺上を B を通って C まで動く。点 Q は頂点 B を出発し，毎秒 1cm の速さで辺 BC 上を C まで動く。点 P，Q が同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。　例題 111





12　右の図のように長方形 ABCD と台形 EFGH が直線 ℓ 上に並び，点 C と点 F が重なっている。台形を固定し，点 C が点 G に重なるまで，長方形を矢印の方向に毎秒 1cm の速さで移動させる。x 秒後に重なってできる図形の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき，y を x の式で表し，x の変域も示しなさい。また，x と y の関係をグラフで表しなさい。　例題 112





実力問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) $y+2$ が x の２乗に比例し，x の値が２のとき y の値は -6 になる。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。〈海星高〉

② $x=3$ のとき，y の値を求めなさい。

(2) y は x^2 に比例し，x は z^2 に反比例し，さらに $z=2$ のとき，$y=\frac{3}{4}$ であるという。z が３のときの y の値を求めなさい。〈桐蔭学園高〉

2 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，x の値が２から４まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

〈西南学院高〉

3 次の問いに答えなさい。

(1) x が t から $t+2$ まで増加するとき，２つの関数 $y=6x-5$, $y=-2x^2$ の変化の割合が等しくなる。このとき，t の値を求めなさい。〈清風高〉

(2) 放物線 $y=x^2$ 上の２点 A，B の x 座標がそれぞれ -1，2，放物線 $y=ax^2$ 上の２点 C，D の x 座標がそれぞれ -4，2 で，直線 AB と直線 CD が平行である。a の値を求めなさい。

〈早稲田実業高〉

(3) ２次関数 $y=ax^2$ において，x が -3 から -1 まで変化するときの変化の割合が，x が１から２まで変化するときの変化の割合の a 倍になる。このとき，a の値を求めなさい。〈清風南海高〉

(4) １次関数 $y=2x+6$ と２次関数 $y=ax^2$ で x の値が a から $a+2$ まで変化したときの y の値の変化の割合が等しいとき，a の値を求めなさい。〈近畿大付高〉

4 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=-2x^2$ は，$-3\leqq x\leqq a$ のとき，$-32\leqq y\leqq b$ となる。このとき a，b の値を求めなさい。

〈学習院女子高〉

(2) 関数 $y=2x^2$ は，$-3\leqq x\leqq a$ のとき，$b\leqq y\leqq 32$ である。このとき $a=\boxed{\text{①}}$，$b=\boxed{\text{②}}$ となる。$\boxed{\quad}$ に適する値を求めなさい。〈同志社香里高〉

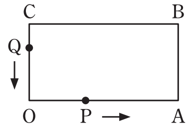
(3) 関数 $y=-2x^2$ において，$-1\leqq x\leqq \boxed{\text{①}}$ のとき，$-8\leqq y\leqq \boxed{\text{②}}$ である。$\boxed{\quad}$ に適する値を求めなさい。〈成蹊高・改〉

(4) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，$a-5\leqq x\leqq a$ のとき，$0\leqq y\leqq 8$ となるような定数 a の値を求めなさい。

〈立教高・改〉

(5) 関数 $y=ax^2$，$y=2x+b$ はともに x の変域が $2\leqq x\leqq 6$ である。y の変域が等しくなるとき，b の値を求めなさい。〈雲雀丘学園高〉

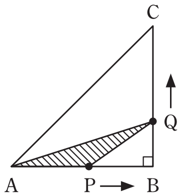
5　長方形 OABC で，OA ＝ 20cm，OC ＝ 10cm である。この長方形の周上を点 P は O を出発して毎秒 2cm，点 Q は点 P と同時に C を出発して毎秒 1cm の速さでそれぞれ矢印の方向に動くものとする。〈同志社高〉

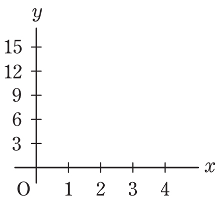


⑴　点 P が B に到着するまでの間で，出発してから t 秒後の△OPQ の面積を S cm^2 とするとき，S を t の式で表しなさい。

⑵　⑴の△OPQ の面積が 21 cm^2 になるのは何秒後か，求めなさい。

6　AB＝BC＝6 cm の直角二等辺三角形がある。今，点 P は A を出発し，毎秒 3 cm の速さで辺上を A → B → C の順に進み，C に到着後停止する。また点 Q は点 P と同時に B を出発し，毎秒 2 cm の速さで辺 BC 上を C に向かって進み，C に到着後停止する。2 点 P，Q が出発して x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。〈大阪教育大附池田高〉





⑴　次の各場合において，y を x の式で表しなさい。

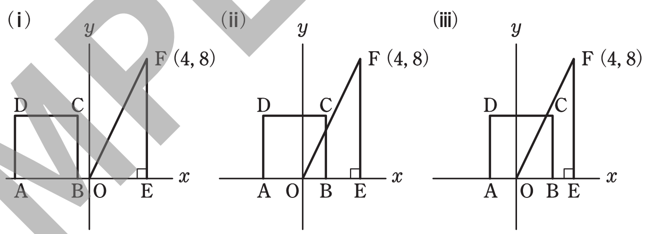
　①　$0 \leqq x \leqq 2$

　②　$2 < x \leqq 3$

　③　$3 < x \leqq 4$

⑵　$0 \leqq x \leqq 4$ の範囲で，y と x の関係を右の図のグラフに表しなさい。

7　座標平面上で(i)〜(iii)の図に示すように直角三角形 OEF と，1 辺の長さが 4 の正方形 ABCD がある。正方形 ABCD を(i)図の位置から(i)→(ii)→(iii)図のように x 軸上を正の向きに移動させていく。B の座標が $(a,\ 0)$ であるときの正方形 ABCD と△OEF の重なる部分の面積を S とする。〈西南学院高〉



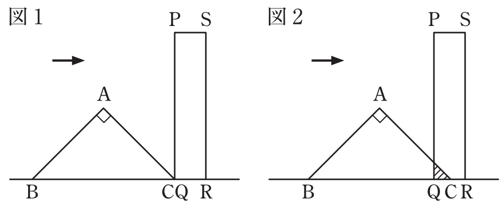
⑴　$0 < a \leqq 2$ にあるとき，S を a の式で表しなさい。

⑵　$2 < a \leqq 4$ にあるとき，S を a の式で表しなさい。

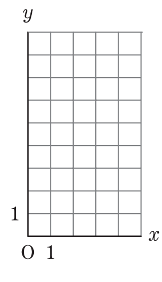
⑶　S が最も大きくなるときの S の値を求めなさい。

8　図 1 で，△ABC は∠BAC＝90°の直角二等辺三角形で，四角形 PQRS は長方形，BC＝10 cm，PQ＝10 cm，PS＝2 cm である。

頂点 B，C は，直線 QR 上にあり，頂点 C，Q は重なっている。



長方形 PQRS を固定し，図 1 の状態から△ABC を矢印の方向に毎秒 1 cm の速さで，頂点 A が辺 PQ 上に来るまで移動させる。移動し始めてから x 秒後の△ABC と長方形 PQRS の重なった部分の面積を y cm^2 とするとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。ただし，辺 BC は直線 QR 上を移動する。また，図 2 は△ABC の移動の途中の図である。〈愛知県〉



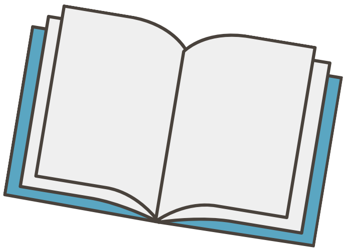
⑴　$0 \leqq x \leqq 2$ のとき，x，y の関係を式で表しなさい。

⑵　$2 \leqq x \leqq 5$ のとき，x，y の関係をグラフに表しなさい。

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧いただき
ありがとうございます。

塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers'Site へのご登録で、全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers'Site 会員登録はこちら

※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、学習サポートアイテムなど指導をサポートするコンテンツ

最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、教科書採択情報など最新の教育に関する情報をお届け

各種教材やテストのお問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・テスト・デジタルコンテンツをご提案

※Bunri Teachers' Siteは，塾・学校の先生方のための情報サイトです。
ユーザー登録していただくことで，会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム

招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合せ下さい。

BUNRI