

中学 実力練成テキスト

数学

3
年

やや複雑な因数分解や複雑な式の因数分解の手順等の問題集
中3数学 | 中学実力練成テキスト

4 やや複雑な因数分解

● 要点のまとめ ●

1 複雑な式の因数分解の手順

複雑な式の因数分解は、次のような手順で行うとうまくいくことが多い。

- ① まず、共通因数があれば、その共通因数をくり出す。
- ② 式を整理してみる。
- ③ 因数分解の公式が使えないかどうかを調べる。
- ④ 項が4つ以上あるときは、項の組み合わせをくふうする。
- ⑤ 1つの文字について式を整理してみる。

2 いろいろな因数分解

- (1) **共通因数でくり公式を利用する**……共通因数をくり出すと、()の中に公式を使える場合がある。

例 $(x-3)x^2 + (x-3)(2x-8) = (x-3)(x^2+2x-8) = (x-3)(x-2)(x+4)$

共通因数 $x-3$ 公式①を使う

- (2) **式を整理する**……式を展開して整理すると、公式を使える形になる場合がある。

例 $2(x+1)(x-3) - x(x-5) = 2(x^2-2x-3) - (x^2-5x) = x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$

式を展開して整理する 公式①を使う

- (3) **項を組み合わせて考える**……項を部分的に組み合わせて因数分解するとうまくいく場合がある。

例 $x-xy-yz+z = x(1-y) - z(y-1) = x(1-y) + (1-y)z = (1-y)(x+z)$

組み合わせる 部分的に因数分解 共通因数をくり

(注) 組み合わせる項がとなりどうしになっていないこともあるので注意。

例 $a^2+2ab+2a+b^2+2b = (a^2+2ab+b^2) + (2a+2b) = (a+b)^2+2(a+b) = (a+b)(a+b+2)$

の項を組み合わせる 部分的に因数分解 $a+b$ が共通因数

- (4) **1つの文字について整理する**……次数の低い文字について整理してみる。

例 $a^2+ab+2a+2b = ab+2b+a^2+2a = (a+2)b+a(a+2) = (a+2)(b+a) = (a+2)(a+b)$

b の1次式なので b について整理 $a+2$ が共通因数

3 その他の因数分解

- (1) **置き換えによる因数分解**……同じ式を1つの文字に置き換えて因数分解する。

例 $(x+4)^2+7(x+4)+10 = A^2+7A+10 = (A+2)(A+5) = (x+4+2)(x+4+5) = (x+6)(x+9)$

$x+4=A$ とおく 公式①が使える A をもとにもどして計算

- (2) **たすきがけによる因数分解**……公式 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$ を利用して、

px^2+qx+r の式で、 $p=ac$ 、 $r=bd$ 、 $q=ad+bc$ となる数 a 、 b 、 c 、 d をさがす。

例 $3x^2+7x+4$ の因数分解……まず $3=ac$ 、 $4=bd$ に着目し、 $ad+bc=7$ となる場合をさがす。

$\begin{array}{r} 3 \times 2 \rightarrow 2 \\ 1 \times 2 \rightarrow 6 \end{array} (+)$	$\begin{array}{r} 3 \times 1 \rightarrow 1 \\ 1 \times 4 \rightarrow 12 \end{array} (+)$	$\begin{array}{r} 3 \times 4 \rightarrow 4 \\ 1 \times 1 \rightarrow 3 \end{array} (+)$
$3 \quad 4 \quad 8 \text{ (合わない)}$	$3 \quad 4 \quad 13 \text{ (合わない)}$	$3 \quad 4 \rightarrow 7 \text{ (合う)}$

よって、 $3x^2+7x+4=(3x+4)(x+1)$

$\begin{array}{r} a \times b \rightarrow bc \\ c \times d \rightarrow ad \end{array} (+)$
$ac \quad bd \quad ad+bc$
x^2 の係数 定数項 x の係数

3 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $m(x-y)-x+y$ □(2) $xy-2x-(y-2)$ □(3) $2ax+2bx+(5x-1)(a+b)$
 □(4) $ax-bx+3a-3b$ □(5) $ax-2ay+bx-2by$ □(6) $3x^2+xy-3x-y$
 □(7) $x^2-2xy+y^2-3(x-y)$ □(8) $a^2+6ab+9b^2-c^2$ □(9) $25m^2-x^2+4xy-4y^2$
 □(10) $x^2-3x+2+a(x-2)$ □(11) $a^2-4ab-12b^2-a+6b$ □(12) $a-3b-a^2+ab+6b^2$

4 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $2a-3m+ma-6$ □(2) $x^2+y+x+xy$ □(3) $ax^2-3-x+3ax$
 □(4) $x^2-xy-10x+5y+25$ □(5) $x^2-4xy+2x+4y^2-4y$ □(6) $x^2-ax+2a-4$
 □(7) $x^2+x-ax-6+2a$ □(8) $x^2+xy-5x-3y+6$ □(9) $x^2-xy+4x+y-5$

5 次の□にあてはまる数や式を答えなさい。

□ $x^4+3x^2+4=(x^4+\square+4)-x^2=(x^2+\square)^2-x^2=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

例題3 置き換えによる因数分解, たすきがけによる因数分解

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(a-1)^2-3(a-1)-4$ (2) $3x^2+10x+3$

解説 (1) $a-1$ を1つの文字に置き換えて解く。

$a-1=A$ とおくと, $(a-1)^2-3(a-1)-4=A^2-3A-4=(A+1)(A-4)$

A をもとにもどして, $(A+1)(A-4)=(a-1+1)(a-1-4)=a(a-5)$

(2) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$ を利用して, $ac=3$, $bd=3$, $ad+bc=10$ を満たす a , b , c , d を求める。

$\begin{array}{ccc} a & \times & b \\ c & \times & d \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} bc \\ ad \end{array} (+)$	を用いて,	$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 3 \\ 1 & \times & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 3 \\ 3 \end{array} (+)$	$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 1 \\ 1 & \times & 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 1 \\ 9 \end{array} (+)$
$ac \quad bd \quad ad+bc$		$3 \quad 3 \quad 6$ (合わない)	$3 \quad 3 \quad 10$ (合う)

よって, $a=3$, $b=1$, $c=1$, $d=3$ のときである。 **答** (1) $a(a-5)$ (2) $(3x+1)(x+3)$

6 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x-1)^2+4(x-1)+3$ □(2) $(x-3)^2-2(x-3)-8$ □(3) $(x-5)^2+3(x-5)-18$
 □(4) $(x+y)(x+y-5)-24$ □(5) $(x-a)(x-a+1)-12$ □(6) $(x^2-2x)^2-4(x^2-2x)-5$

7 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $2x^2+3x+1$ □(2) $3x^2+7x+2$ □(3) $3x^2+4x+1$
 □(4) $4x^2-4x-3$ □(5) $5a^2-8a-4$ □(6) $9x^2+6x-8$

標準問題

1 〈共通因数でくくり公式を利用する因数分解〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $ax^2 - 5ax + 6a$ □(2) $x^3 - 3x^2 - 40x$ 〈天理高〉
 □(3) $2am^2 - 6am + 4a$ 〈共立女子高〉 □(4) $x^2y - 9xy - 36y$ 〈明治学院高〉
 □(5) $2x^3 - 18x$ 〈帝塚山学院高〉 □(6) $2x(y^2 - 4) - 6xy$ 〈成城学園高〉
 □(7) $x^2y - 3xy^2 - 28y^3$ 〈法政大女子高〉 □(8) $3a^3 - 27ab^2$ 〈東京都立工業高専〉
 □(9) $xy^2 - 10xy + 25x$ 〈桐朋高〉 □(10) $2x^3yz - 12x^2y^2z + 18xy^3z$ 〈帝塚山学院高〉
 □(11) $a^2(b-2) + 16(2-b)$ 〈高知学芸高〉 □(12) $(2a-b)x^2 + (b-2a)$ 〈共立女子高〉

2 〈式の整理と因数分解〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x-2)(x+7) - 7x - 1$ 〈東洋大付姫路高〉 □(2) $2(x+1)^2 - (x+2)(x-5)$ 〈東京工業大附工業高〉
 □(3) $(2x+1)^2 - 3(x-1)(x+2) - 27$ 〈中央大附高〉 □(4) $(2x-3)(x+4) - (x+2)(x-2) - 7(x+1)$ 〈筑波大附高〉
 □(5) $(x-2y)^2 + (x+y)(x-5y) + 7y^2$ 〈愛光高〉 □(6) $3(1-2x)(x+1) - 4x - (3x-1)(x-4)$ 〈大阪女学院高〉
 □(7) $(x-2y)(x+y) - (2y)^2$ 〈近畿大附高〉 □(8) $(x+8y)(x-2y) - 6xy$ 〈桐朋高〉
 □(9) $x^2(x-4y) - 2xy(x+8y)$ 〈青山学院高〉 □(10) $(x-1)^2y - 3xy + 5y$ 〈日本女子大附高〉

3 〈項の組み合わせによる因数分解①〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x+y)z - 3x - 3y$ 〈茗溪学園高〉 □(2) $(x-4)^2 - 3x + 12$ 〈岩倉高〉
 □(3) $a^2(a-4) + 4 - a$ 〈日本大第三高〉 □(4) $(a-b)x^2 - 4a + 4b$ 〈智弁学園高〉
 □(5) $a^2b - ab^2 + ac - bc$ 〈修道高〉 □(6) $3ab^2c + 6a^2b + bc^2 + 2ac$ 〈市川高〉
 □(7) $xyz - 3xz - yz + 3z$ 〈法政大第一高〉 □(8) $a - ac^2 - b + bc^2$ 〈共立女子高〉

4 〈項の組み合わせによる因数分解②〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $xy - x - y + 1$ 〈愛知高〉 □(2) $xy - 6x - y + 6$ 〈九州国際大付高〉
 □(3) $xy - x - 2y + 2$ 〈和洋国府台女子高〉 □(4) $xy - 2x - 3y + 6$ 〈大阪桐蔭高〉
 □(5) $x^2 - xz + xy - yz$ 〈関西大第一高〉 □(6) $3x^2 + xy - 6xz - 2yz$ 〈智弁学園高〉
 □(7) $x^2 - y^2 - x + y$ 〈武庫川女子大附高〉 □(8) $a^2 - 1 - ab + b$ 〈郁文館高〉
 □(9) $x^2 - 9y^2 - x + 3y$ 〈青雲高〉 □(10) $x^2 - 4y^2 + 8y - 4x$

5 〈項の組み合わせによる因数分解③〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$ 〈法政大第二高〉 □(2) $a^2 + 2ab + b^2 - a - b$ 〈清教学園高〉
 □(3) $x^2 - y^2 + 4y - 4$ 〈修道高〉 □(4) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 〈市川高〉

6 〈項の組み合わせによる因数分解④〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $xy + 3x - y - 3$ 〈函館ラ・サール高〉 □(2) $6xy - 4x - 9y + 6$ 〈専修大附高〉
 □(3) $a^2 - 2bc + 2ab - ac$ 〈高知学芸高〉 □(4) $x^3y + 1 - xy - x^2$ 〈京都女子高〉
 □(5) $x^2 - y^2 + 2x + 1$ 〈大妻女子大中野女子高〉 □(6) $a^2 - bc - c^2 - ab$ 〈城北埼玉高〉
 □(7) $a^3 - a^2c - ab^2 + b^2c$ 〈ラ・サール高〉 □(8) $a^2b - b^2c - b^3 + ca^2$ 〈関西学院高等部〉
 □(9) $x^2 + 4y^2 - 9 - 4xy$ 〈智弁学園和歌山高〉 □(10) $x^2 - 4y^2 - 2x + 1$ 〈郁文館高〉

7 〈項の組み合わせによる因数分解⑤〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $2(a^2 - b) - (a + b)(a - 1)$ 〈成蹊高〉 □(2) $p(p + 1) - q(q + 1)$ 〈白陵高〉

8 〈1つの文字についての整理と因数分解〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $a^2 + 2ab - 2ac - 3b^2 + 2bc$ 〈関西学院高等部〉
 □(2) $(a + b)^2 - 2a(c + b) + 2b(c - a)$ 〈清風南海高〉

9 〈置き換えによる因数分解〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x + 1)^2 - 9(x + 1) + 18$ 〈東海大付浦安高〉 □(2) $(2x - 3)^2 - 6(2x - 3) - 16$ 〈和洋国府台女子高〉
 □(3) $(x - 3)^2 - 2(3 - x) - 63$ 〈攻玉社高〉 □(4) $(3x - 4y)^2 - 9x + 12y - 4$ 〈城西大付川越高〉
 □(5) $2(2x + 3)^2 - 6(2x + 3) + 4$ 〈成城学園高〉 □(6) $(x + y)(x + y + 3) - 18$ 〈芝浦工業大高〉
 □(7) $(x + y)(x + y - 2) - 3$ 〈中京大付中京高〉 □(8) $(x - 2y)(x - 2y + 5) - 14$ 〈大阪信愛女学院高〉
 □(9) $(x - y)^2 - 3(x - y + 2) - 4$ 〈近畿大附高〉 □(10) $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 3$ 〈土佐高〉
 □(11) $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 10$ 〈プール学院高〉 □(12) $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 2) - 8$ 〈國學院大久我山高〉

10 〈たすきがけによる因数分解〉 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $3x^2 + 4x + 1$ □(2) $2x^2 - x - 1$
 □(3) $3x^2 - x - 2$ □(4) $5a^2 - 8a - 4$
 □(5) $4x^2 + x - 3$ □(6) $14x^2 + 3x - 2$

発展問題

1 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $\frac{1}{3}a^2bx^2 - a^2bxy - \frac{10}{3}a^2by^2$ (東邦大付東邦高) □(2) $2a^2c^2 - 18b^2$ (法政大第二高)

□(3) $2x^3y^2 + 2x^2y - 12x$ (青雲高) □(4) $4ax^2 + 12axy + 9ay^2$ (西南学院高)

□(5) $(2x+1)(x-2) + (2x+1)(x^2-4x-2)$ □(6) $x^2(x-1) - 2x+2+x(x-1)$ (高槻高)
(関西学院高等部)

2 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2(x+1)(x-3) - (x+2)(x-2) + 6x - 13$ (筑波大附高)

□(2) $x(x-5)(x+3) - 6x + 2x(x-6)(x-8)$ (大阪女学院高)

3 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(x^2+3)^2 - 12x^2 - 36$ (愛光高) □(2) $xy^2 - x + y^2 - 1$ (椋山女学園高)

□(3) $x^3y^2 - 2x^2y^2 - x^2y^3 - x + y + 2$ (東大寺学園高) □(4) $x^2y^2 - 4x^2 - y^2 + 4$ (久留米大附高)

4 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $a^2 - 4b - 1 - 4b^2$ (立命館高) □(2) $a^2 - ab + 2a + b - 3$ (海城高)

□(3) $9x^2 - 12xy - 3xz + 4y^2 + 2yz$ (明治大付中野高) □(4) $x^4 + x^2y - 5x^2 - 4y + 4$ (東大寺学園高)

□(5) $(x+y-3)(x-y-3) + 12x$ (立命館高) □(6) $8(ab-1) + (a+3)(b+3)$ (成蹊高)

□(7) $a^4 + a^2 + 1$ □(8) $x^4 - 8x^2 + 4$

5 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(x^2 - 4x - 3)^2 - 3(x^2 - 4x - 3) - 54$ (海城高)

□(2) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4) - 24$

□(3) $(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2$ (中央大附高)

6 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $(2a-1)(2a+3) - 3a(a-1) + 2(a-1)^2 - a$

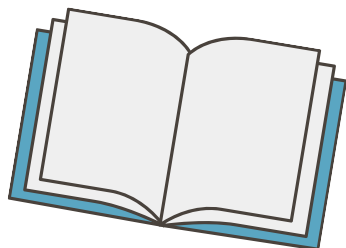
□(2) $5x(x-6) - (3x+2)(2x-5) + 5x^2 + 6x - 7$

□(3) $(3x-1)^2 - 2(3x-1)(x+1) - 63(x+1)^2$ (静岡学園高)

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧ください
ありがとうございます。

塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。
ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。