

中学

# WinPass

数学

3年

第 6 章 三平方の定理や三平方の定理と平面図形等の問題集  
中3数学 | 中学WinPass

# 25

## 三平方の定理と平面図形

### 二等辺三角形や正三角形の面積

二等辺三角形や正三角形では、高さを表す線分は底辺の中点を通る。

#### 例題 1

右の図で、 $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

#### 解き方

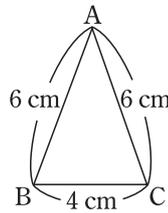
(1)  $\triangle ABC$  は二等辺三角形だから、頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと、H は辺 BC の中点になるから、 $BH = 2\text{ cm}$ 。直角三角形 ABH で、三平方の定理より、 $AH^2 + 2^2 = 6^2$ 、 $AH = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}\text{ (cm)}$

よって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}\text{ (cm}^2\text{)}$

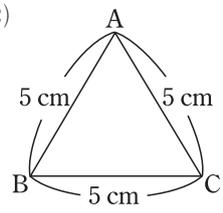
(2)  $\triangle ABC$  は正三角形で、 $\angle B = 60^\circ$  だから、頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと、 $\triangle ABH$  は  $60^\circ$  の角をもつ直角三角形になる。よって、 $AH : 5 = \sqrt{3} : 2$  より、

$AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{ (cm)}$ 。したがって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}\text{ (cm}^2\text{)}$

(1)



(2)

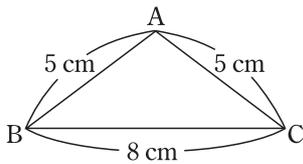


**答**  $8\sqrt{2}\text{ cm}^2$

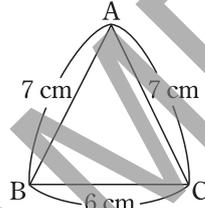
**答**  $\frac{25\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$

#### 問題 1 次の三角形の面積を求めなさい。

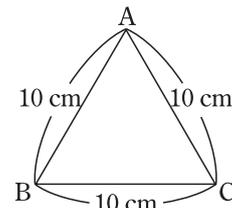
□(1)



□(2)



□(3)



### 台形と三平方の定理

直角三角形ができる補助線をひいて、三平方の定理を利用する。

#### 例題 2

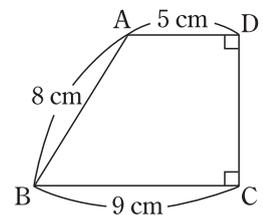
右の図のような、 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 、 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $BC = 9\text{ cm}$ 、 $AD = 5\text{ cm}$  の台形 ABCD で、辺 DC の長さを求めなさい。

#### 解き方

A から BC に垂線 AH をひく。四角形 AHCD は長方形になるから、 $AH = DC$ 、 $HC = AD = 5\text{ (cm)}$ 。よって、 $BH = 9 - 5 = 4\text{ (cm)}$

直角三角形 ABH で、三平方の定理より、 $AH^2 + 4^2 = 8^2$

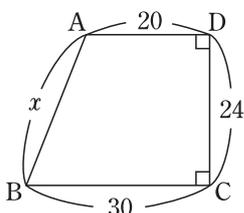
$AH = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}\text{ (cm)}$ 。したがって、 $DC = AH = 4\sqrt{3}\text{ (cm)}$



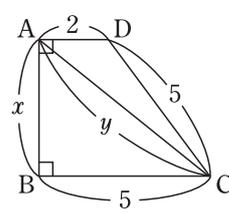
**答**  $4\sqrt{3}\text{ cm}$

#### 問題 2 次の図で、 $AD \parallel BC$ のとき、 $x$ 、 $y$ の値を求めなさい。

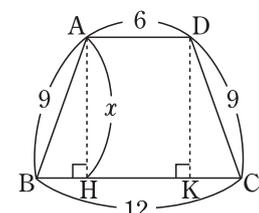
□(1)



□(2)



□(3)

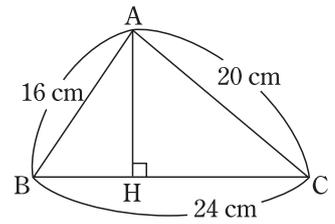


**3 辺が与えられた三角形の高さ**

高さが2つの直角三角形の共通な辺になることから、方程式をつくって求める。

**例題 3**

右の図のように、 $AB = 16 \text{ cm}$ 、 $BC = 24 \text{ cm}$ 、 $CA = 20 \text{ cm}$  の  $\triangle ABC$  で、頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線  $AH$  をひくとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 線分  $BH$  の長さを求めなさい。
- (2) 線分  $AH$  の長さ と  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

**解き方**

(1)  $BH = x \text{ cm}$  とする。  $CH = 24 - x \text{ (cm)}$

直角三角形  $ABH$  で、三平方の定理より、 $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 16^2 - x^2$

直角三角形  $ACH$  で、三平方の定理より、 $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 20^2 - (24 - x)^2$

よって、 $16^2 - x^2 = 20^2 - (24 - x)^2$ 。これを解いて、 $x = 9$

**答**  $9 \text{ cm}$

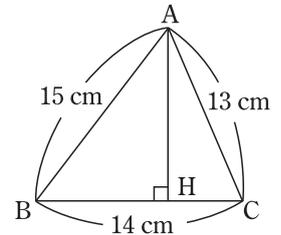
(2)  $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 16^2 - 9^2 = 175$ 。  $AH > 0$  より、 $AH = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \text{ (cm)}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 5\sqrt{7} = 60\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{)}$

**答**  $AH = 5\sqrt{7} \text{ cm}$ 、 $\triangle ABC = 60\sqrt{7} \text{ cm}^2$

**問題 3**

右の図のような  $AB = 15 \text{ cm}$ 、 $BC = 14 \text{ cm}$ 、 $CA = 13 \text{ cm}$  の  $\triangle ABC$  で、頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線をひき、辺  $BC$  との交点を  $H$  とする。  $BH = x \text{ cm}$  とするとき、次の問いに答えなさい。



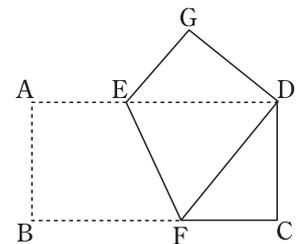
- (1)  $x$  についての方程式をつくりなさい。
- (2) 線分  $AH$  の長さを求めなさい。
- (3)  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

**図形の折り返し**

折り返しによって移動した線分の長さや角の大きさは等しい。

**例題 4**

右の図のように、長方形  $ABCD$  を頂点  $B$  が  $D$  と重なるように折り返したとき、折り目の線を  $EF$  とする。  $AB = 4 \text{ cm}$ 、 $BC = 8 \text{ cm}$  のとき、線分  $FC$  の長さを求めなさい。



**解き方**

$FC = x \text{ cm}$  とする。 折り返したから、 $DF = BF = 8 - x \text{ (cm)}$

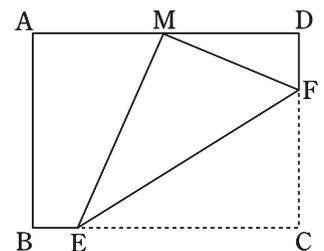
直角三角形  $DFC$  で、三平方の定理より、 $x^2 + 4^2 = (8 - x)^2$

これを解いて、 $x = 3$

**答**  $3 \text{ cm}$

**問題 4**

$AB = 18 \text{ cm}$ 、 $AD = 24 \text{ cm}$  の長方形  $ABCD$  がある。この長方形を右の図のように、頂点  $C$  が辺  $AD$  の中点  $M$  に重なるように折ったときの折り目の線を  $EF$  とする。  $DF = x \text{ cm}$  として、次の問いに答えなさい。

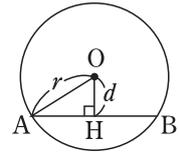


- (1) 線分  $MF$  の長さを  $x$  を使った式で表しなさい。
- (2)  $x$  についての方程式をつくりなさい。
- (3) 線分  $DF$  の長さを求めなさい。

円の弦

円の中心から弦にひいた垂線は、その弦を2等分する。

**例** 右の図の円Oで、中心Oから弦ABに垂線OHをひくと、 $AH = \frac{1}{2} AB$

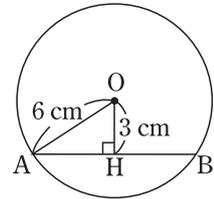


円Oの半径を $r$ 、中心から弦ABまでの距離を $d$ とすると、 $AB = 2\sqrt{r^2 - d^2}$

**例題5**

半径6 cmの円で、中心Oからの距離が3 cmである弦ABの長さを求めなさい。

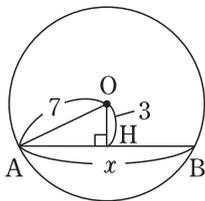
**解き方** Oから弦ABに垂線OHをひくと、OHの長さが中心Oから弦ABまでの距離になるから、 $OH = 3$  cm。直角三角形OAHで、 $OA = 6$  cmだから、三平方の定理より、 $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$  (cm) Hは弦ABの中点だから、 $AB = 2AH = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$  (cm) **答**  $6\sqrt{3}$  cm



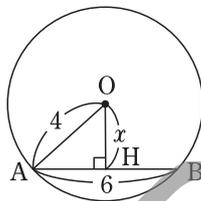
**問題5** 次の問いに答えなさい。

(1) 次の①~③の図で、Oが円の中心のとき、 $x$ の値を求めなさい。

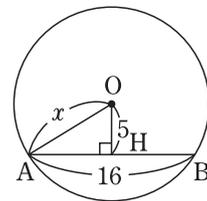
□①



□②



□③

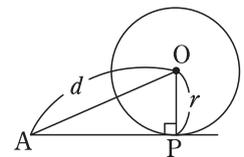


□(2) 半径5 cmの円で、長さが8 cmの弦は中心から何 cmの距離にあるか、求めなさい。

円の接線

円の接線は接点を通る半径に垂直である。

**例** 右の図で、APは円Oの接線で、Pが接点である。円Oの半径を $r$ 、中心Oと点Aとの距離 $AO = d$ とすると、 $AP = \sqrt{d^2 - r^2}$

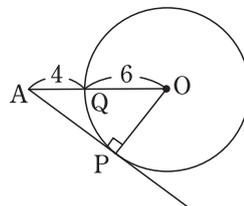


**参考** このとき、線分APの長さを接線の長さという。

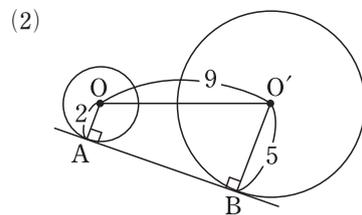
**例題6**

次の問いに答えなさい。

(1) (1)の図で、直線APは円Oの接線で、(1)点Pが接点であるとき、線分APの長さを求めなさい。



(2) (2)の図で、直線ABは円Oと円O'に共通な接線である。A、Bがそれぞれ接点であるとき、線分ABの長さを求めなさい。



**解き方** (1) APは接線だから、 $\angle OPA = 90^\circ$ 。よって、 $\triangle OAP$ は直角三角形である。

$OP = OQ = 6$ 、 $OA = 6 + 4 = 10$ 。三平方の定理より、 $AP = \sqrt{OA^2 - OP^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$  **答** 8

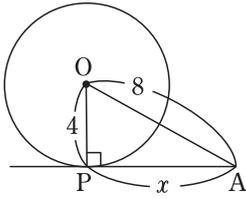
(2) ABは円O、O'の接線だから、 $\angle OAB = \angle O'BA = 90^\circ$

OからO'Bに垂線OHをひくと、四角形OABHは長方形になるから、 $AB = OH$ 、 $HB = OA = 2$ よって、 $O'H = 5 - 2 = 3$ 。直角三角形OHO'で、三平方の定理により、

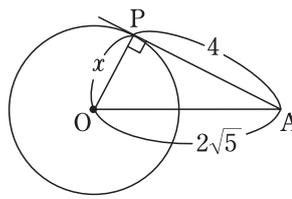
$OH = \sqrt{OO'^2 - O'H^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$ 。したがって、 $AB = OH = 6\sqrt{2}$  **答**  $6\sqrt{2}$

**問題 6** 次の図で、直線 AP が円 O の接線で、点 P が接点であるとき、 $x$  の値を求めなさい。

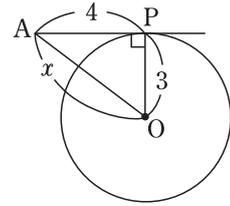
□(1)



□(2)



□(3)



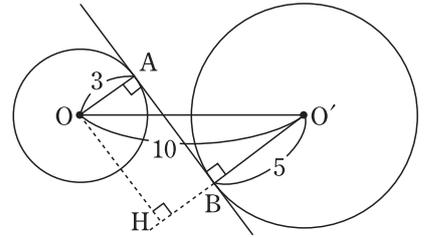
**問題 7** 右の図で、直線 AB は円 O と円 O' に共通な接線である。

A, B がそれぞれ接点であるとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図のように、点 O から半径 O'B の延長に垂線 OH をひく。

このとき、線分 O'H の長さを求めなさい。

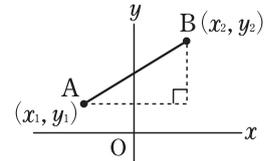
□(2) 線分 AB の長さを求めなさい。



### 2 点間の距離

2 点  $A(x_1, y_1)$  と  $B(x_2, y_2)$  の間の距離は、2 点を結ぶ線分 AB を斜辺とし、座標軸に平行な 2 辺をもつ直角三角形をつくり、三平方の定理により求める。

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

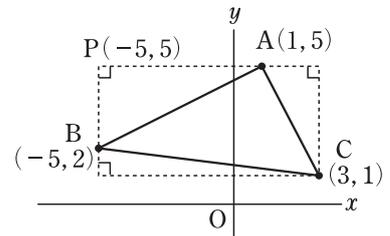


### 例題 7

3 点  $A(1, 5)$ ,  $B(-5, 2)$ ,  $C(3, 1)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  について、次の問いに答えなさい。

(1) 辺 AB の長さを求めなさい。

(2)  $\triangle ABC$  はどんな三角形になりますか。



### 解き方

(1) A, B を通り、それぞれ  $x$  軸,  $y$  軸に平行な 2 つの直線の交点を P とする。P(-5, 5) より、 $PA = 1 - (-5) = 6$ ,

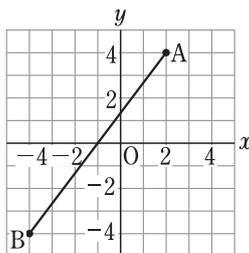
$PB = 5 - 2 = 3$ 。よって、直角三角形 APB で、 $AB = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$  **答**  $3\sqrt{5}$

(2) (1) と同様に、 $BC = \sqrt{\{3 - (-5)\}^2 + (1 - 2)^2} = \sqrt{65}$ ,  $AC = \sqrt{(3 - 1)^2 + (1 - 5)^2} = 2\sqrt{5}$

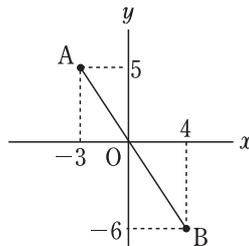
ここで、 $AB^2 = 45$ ,  $BC^2 = 65$ ,  $AC^2 = 20$  より、 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ 。よって、三平方の定理の逆が成り立つから、 $\triangle ABC$  は  $\angle BAC = 90^\circ$  の直角三角形 **答**  $\angle BAC = 90^\circ$  の直角三角形

**問題 8** 次の図で、線分 AB の長さを求めなさい。

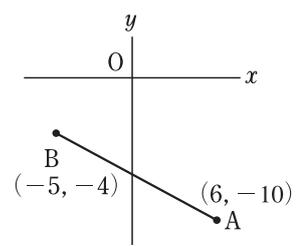
□(1)



□(2)



□(3)



**問題 9** 次の 2 点 A, B 間の距離を求めなさい。

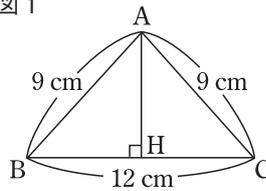
□(1)  $A(3, 1)$ ,  $B(10, 8)$

□(2)  $A(-2, -4)$ ,  $B(-5, 2)$

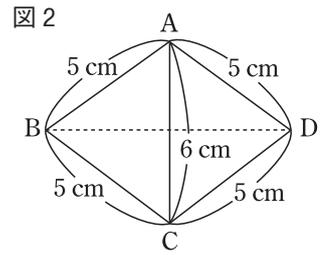
## 基本問題

**1** 〈二等辺三角形の面積〉 右の図1, 2について, 図1  
次の問いに答えなさい。

□(1) 図1の二等辺三角形ABCで, 高さAHと面積を求めなさい。



□(2) 図2のひし形ABCDで, 対角線BDの長さ  
と面積を求めなさい。

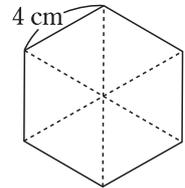


**2** 〈正三角形の面積〉 次の問いに答えなさい。

□(1) 1辺の長さが8 cmの正三角形の面積を求めなさい。

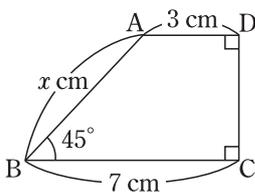
□(2) 高さが6 cmの正三角形の1辺の長さと面積を求めなさい。

□(3) 右の図のような, 1辺の長さが4 cmの正六角形の面積を求めなさい。

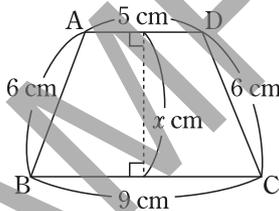


**3** 〈台形と三平方の定理〉 次の図で,  $AD \parallel BC$  のとき,  $x$  の値を求めなさい。

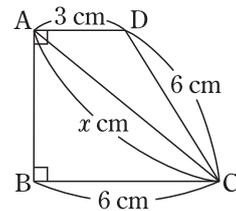
□(1)



□(2)



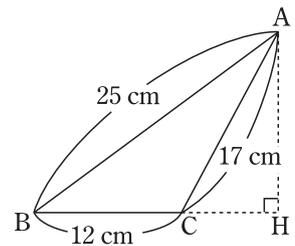
□(3)



**4** 〈3辺が与えられた三角形の高さ〉 右の図のような  $AB = 25$  cm,  $BC = 12$  cm,  $CA = 17$  cm の  $\triangle ABC$  で, 頂点Aから辺BCの延長に垂線AHをひくとき, 次の問いに答えなさい。

□(1)  $CH = x$  cm として,  $x$  の方程式をつくりなさい。

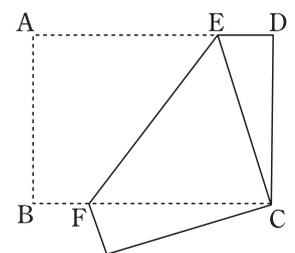
□(2) 線分CHの長さと  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。



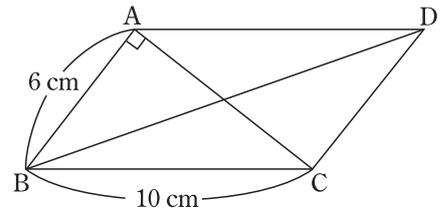
**5** 〈図形の折り返し〉 右の図は, 長方形の紙ABCDを頂点Aが頂点Cと重なるように折り返したところを示したものである。このときにできた折り目の両端をE, Fとする。  $AB = 12$  cm,  $BC = 16$  cm であるとき, 次の問いに答えなさい。

□(1)  $ED = x$  cm として,  $x$  の方程式をつくりなさい。

□(2) 線分ED, CFの長さを求めなさい。



**6** 〈平行四辺形と三平方の定理〉 右の図のような  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $BC = 10\text{ cm}$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$  の  $\square ABCD$  について、次の問いに答えなさい。



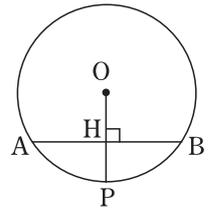
- (1) 対角線 AC の長さを求めなさい。
- (2)  $\square ABCD$  の面積を求めなさい。
- (3) 対角線 BD の長さを求めなさい。

**7** 〈円の弦①〉 次の問いに答えなさい。

- (1) 半径が  $8\text{ cm}$  の円で、中心からの距離が  $2\text{ cm}$  である弦の長さを求めなさい。

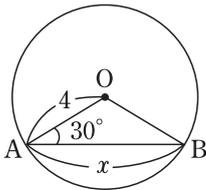
〈岡山〉

- (2) 右の図の円  $O$  で、 $AB = 8\text{ cm}$ ,  $OP = 5\text{ cm}$ ,  $\angle OHA = 90^\circ$  のとき、線分  $HP$  の長さを求めなさい。

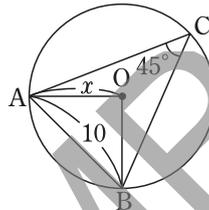


**8** 〈円の弦②〉 次の図で、 $O$  が円の中心のとき、 $x$  の値を求めなさい。

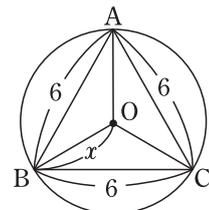
(1)



(2)

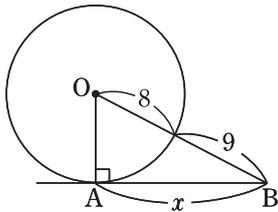


(3)

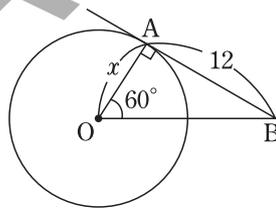


**9** 〈円の接線〉 次の図で、直線  $AB$  が円  $O$ , 円  $O'$  の接線であるとき、 $x$  の値を求めなさい。

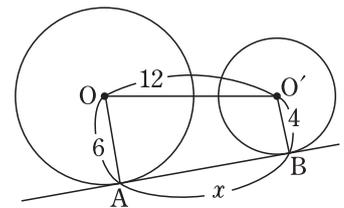
(1)



(2)

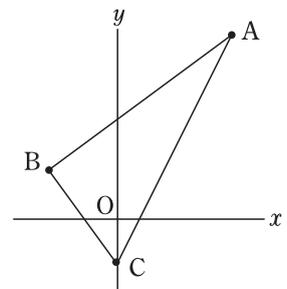


(3)



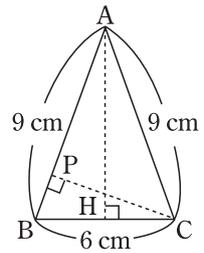
**10** 〈2点間の距離〉 3点  $A(5, 8)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(0, -2)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  について、次の問いに答えなさい。

- (1) 辺  $AB$  の長さを求めなさい。
- (2)  $\triangle ABC$  はどんな三角形になりますか。
- (3)  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。
- (4) 点  $B$  から直線  $AC$  に垂線  $BH$  をひくとき、線分  $BH$  の長さを求めなさい。



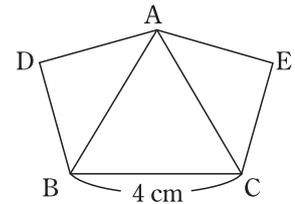
練習問題

1 右の図のような  $AB = AC = 9\text{ cm}$ ,  $BC = 6\text{ cm}$  の二等辺三角形  $ABC$  について、次の問いに答えなさい。



- (1) A から底辺  $BC$  にひいた垂線  $AH$  の長さと  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。
- (2) C から辺  $AB$  に垂線  $CP$  をひくとき、線分  $CP$  の長さを求めなさい。

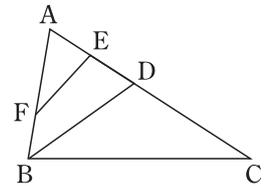
2 右の図のように、正三角形  $ABC$  の外側に、 $\angle D = 90^\circ$  の直角二等辺三角形  $ADB$  と、 $\angle E = 90^\circ$  の直角二等辺三角形  $CEA$  をつくる。 $BC = 4\text{ cm}$  とするとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $\angle BCD$  の大きさを求めなさい。
- (2) 線分  $CD$  の長さを求めなさい。
- (3) 五角形  $ADBCE$  の面積を求めなさい。

3 次の問いに答えなさい。

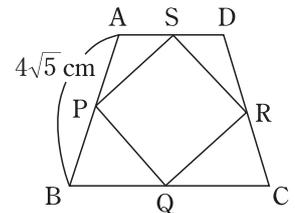
- (1) 右の図で、 $D$  は  $\triangle ABC$  の辺  $AC$  上の点で、 $DB = DC$  であり、 $E$  は線分  $AD$  の中点である。また、 $F$  は辺  $AB$  上の点で、 $AF = 3FB$  である。 $AB = 6\text{ cm}$ ,  $DB = 6\text{ cm}$ ,  $BC = 10\text{ cm}$  のとき、線分  $AE$  の長さを求めなさい。



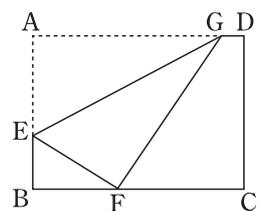
〈愛知 A 改〉

- (2) (1)において、 $\triangle AFE$  の面積を求めなさい。

4 右の図で、四角形  $ABCD$  は、 $AB = DC$ ,  $\angle ABC = \angle DCB$  で、辺  $AD$  の長さが辺  $BC$  の長さより短い四角形である。四角形  $ABCD$  の辺  $AB$ , 辺  $BC$ , 辺  $CD$ , 辺  $DA$  の中点をそれぞれ  $P, Q, R, S$  とする。 $AB = 4\sqrt{5}\text{ cm}$  とし、四角形  $PQRS$  が正方形で、その面積が  $32\text{ cm}^2$  のとき、辺  $BC$  の長さを求めなさい。

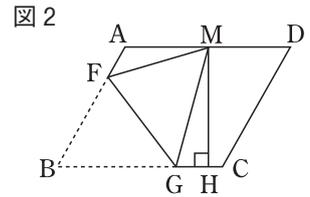
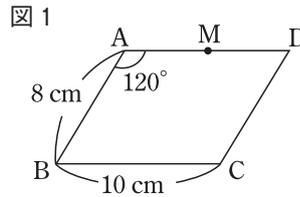


5 長方形  $ABCD$  を、右の図のように、線分  $EG$  を折り目として折り、頂点  $A$  を辺  $BC$  上の点  $F$  に重ねる。 $AB = 10\text{ cm}$ ,  $BF = 6\text{ cm}$  のとき、線分  $BE$  の長さを求めなさい。



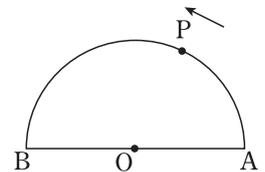
〈愛媛〉

**6** 図1のように、平行四辺形 ABCD があり、  
 $AB = 8\text{ cm}$ ,  $BC = 10\text{ cm}$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$  である。  
 辺 AD の中点を M とする。図2のように、図  
 1の平行四辺形 ABCD を点 B が点 M に重なる  
 ように折り返すと、折り目は辺 AB 上の点 F と  
 辺 BC 上の点 G とを結ぶ線分 FG となった。  
 このとき、次の問いに答えなさい。 〈長崎改〉

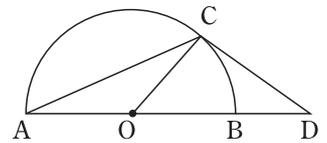


- (1) 図2のように、点 M から線分 GC にひいた垂線と線分 GC との交点を H とするとき、線分 MH の長さを求めなさい。
- (2) 図2において、線分 MG の長さを求めなさい。

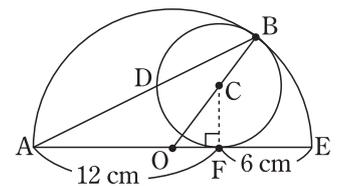
**7** 右の図のように、点 O を中心とする直径  $AB = 12\text{ cm}$  の半円がある。点 P は、  
 □点 A を出発して、弧  $\widehat{AB}$  上を一定の速さで、12秒かかって点 B まで進むものとする。点 P が点 A を出発してから4秒たったとき、弧  $\widehat{AP}$  と弦 BP および直径 AB とで囲まれる部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。 〈京都改〉



**8** 図で、C は AB を直径とする半円 O の周上の点である。また、D は直線 AB  
 □と点 C を接点とする半円 O の接線との交点である。  $OB = 3\text{ cm}$ ,  $BD = 2\text{ cm}$  のとき、 $\triangle CAD$  の面積を求めなさい。 〈愛知 B〉

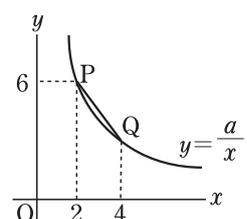


**9** 右の図のように、点 O を中心とし、線分 AE を直径とする半円 O と、点 C を中心とし、線分 AE, 半円 O にそれぞれ点 F, B で接する円がある。  
 $AF = 12\text{ cm}$ ,  $FE = 6\text{ cm}$ , AB と円 C の交点を D とするとき、次の問いに答えなさい。 〈沖縄改〉



- (1) 半円 O の半径を求めなさい。
- (2) 円 C の半径を求めなさい。

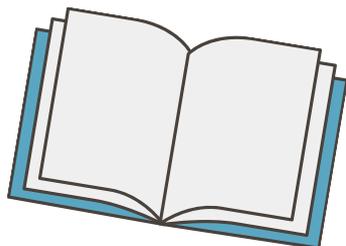
**10** 右の図のように、反比例  $y = \frac{a}{x}$  ( $a > 0$ ) のグラフ上に2点 P, Q があり、点 P の  
 □  $x$  座標は2で、 $y$  座標は6、点 Q の  $x$  座標は4である。このとき、線分 PQ の長さを求めなさい。 〈山形〉



紙面サンプルはここまでです。  
弊社教材サンプルをご覧いただき  
ありがとうございます。

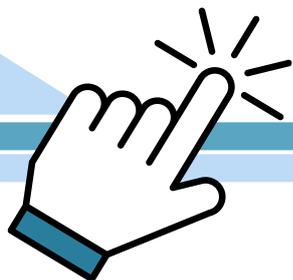
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、  
全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！  
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site  
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

### 教材サポート

単元テスト、指導用資料、  
学習サポートアイテムなど  
指導をサポートするコンテンツ



### 最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、  
教科書採択情報など最新の  
教育に関する情報をお届け



### 各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・  
テスト・デジタルコンテンツを  
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。  
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等  
お気軽にお問い合わせ下さい。