

夏期テキスト

実練編

# 数学

中学

3年

放物線と直線やいろいろな関数等の問題集  
中3数学 | 中学夏期テキスト[実練編]

第 12 講座

放物線と直線, いろいろな関数

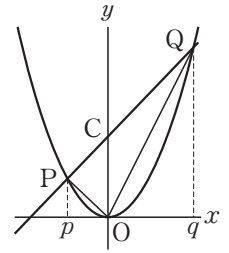
▶ 要点のまとめ

1 放物線と直線

右の図のように, 放物線  $y = ax^2$  と直線  $y = mx + n$  が 2 点 P, Q で交わる時,

(1) 交点 P, Q の座標は, 連立方程式  $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = mx + n \end{cases}$  の解である。

(2) 交点 P, Q の  $x$  座標を  $p, q$  とすると, 直線の傾き  $m = a(p+q)$ ,  
切片  $n = -apq$



2 放物線と図形

放物線と図形の問題では, 次のような図形の性質を利用すると簡単になる場合がある。

- ・ 三角形の面積比…高さの等しい三角形の面積の比は, 底辺の比に等しい。
- ・ 等積変形…底辺を共有し, 底辺に平行な 1 つの直線上に頂点をもつ三角形の面積は等しい。
- ・ 平行四辺形の面積の性質…平行四辺形の対角線の交点を通る直線は, 平行四辺形の面積を 2 等分する。

3 いろいろな関数

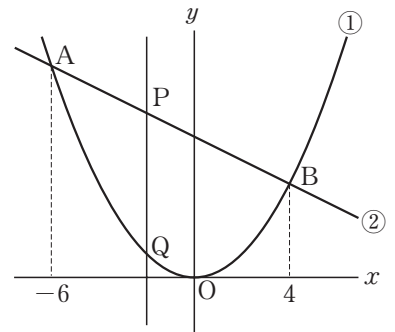
関数の中には, 次のようなものもある。

- ・ 変域ごとに式が異なる関数
- ・ 階段状のグラフになる関数
- ・ 倍々に変化する関数(指数関数)

基本問題

1 〈放物線と直線〉 右の図で, 放物線①は  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフであり,

直線②と 2 点 A, B で交わっている。点 A の  $x$  座標は  $-6$ , 点 B の  $x$  座標は  $4$  である。点 P は線分 AB 上の点で, 点 P を通り  $y$  軸と平行な直線と①との交点を Q とする。次の問いに答えなさい。



(1) 直線②の式を求めなさい。

(2) 線分 PQ の長さが 4 となるときの点 P の  $x$  座標をすべて求めなさい。

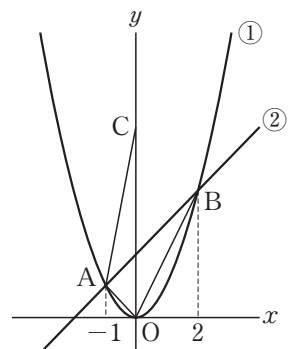
2 〈放物線と図形①〉 右の図で, ①は  $y = ax^2$ , ②は  $y = 2x + b$  のグラフである。①と②の交点 A, B の  $x$  座標が  $-1, 2$  であるとき, 次の問いに答えなさい。

(1)  $a, b$  の値を求めなさい。

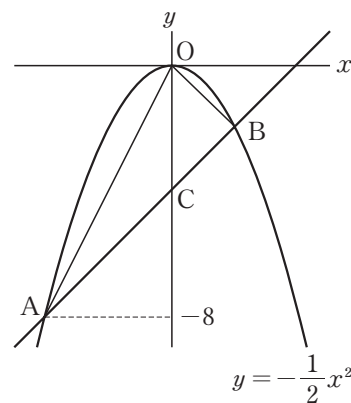
(2)  $\triangle AOB$  の面積を求めなさい。

(3)  $y$  軸上の, 直線②について原点 O と反対側に点 C をとる。

$\triangle AOC = \triangle AOB$  となるときの, 点 C の  $y$  座標を求めなさい。



**3** 〈放物線と図形②〉 右の図のように、2点 A, B は放物線  $y = -\frac{1}{2}x^2$



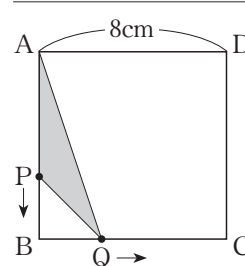
上にあり、点 A の  $x$  座標は負、 $y$  座標は  $-8$ 、点 B の  $x$  座標は正である。直線 AB と  $y$  軸との交点を C とすると、 $\triangle AOC : \triangle BOC = 2 : 1$  であった。次の問いに答えなさい。

(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 原点 O を通り、 $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(3) 点 C を通り、 $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線と、直線 OA との交点の座標を求めなさい。

**4** 〈いろいろな関数①〉 1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD がある。点 P は A を出発して、辺 AB, BC 上を B を通って C まで、毎秒 2cm の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、辺 BC 上を C まで、毎秒 1cm の速さで動く。2 点 P, Q が同時に A, B を出発してから  $x$  秒後の、 $\triangle APQ$  の面積を  $y\text{cm}^2$  とする。次の問いに答えなさい。



(1)  $x$  の変域が次のとき、それぞれ  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

㊦  $0 \leq x \leq 4$

㊧  $4 \leq x \leq 8$

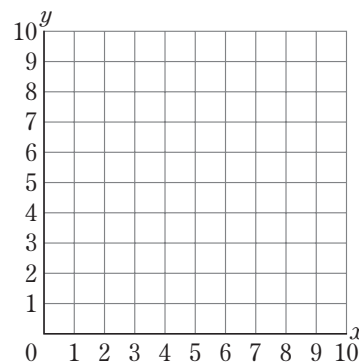
(2)  $y = 4$  となるときの  $x$  の値をすべて求めなさい。

**5** 〈いろいろな関数②〉 ある数  $a$  に対して、 $\langle a \rangle$  は、 $a$  を超えない最大の整数を表すこととする。たとえば、 $\langle 2.7 \rangle = 2$ 、 $\langle 4 \rangle = 4$  である。このとき、 $y = x - \langle \sqrt{x} \rangle$  で表される関数を考える。次の問いに答えなさい。

(1)  $3 - \langle \sqrt{3} \rangle$  を求めなさい。

(2)  $1 \leq x < 4$  のとき、記号  $\langle \rangle$  を使わないで、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

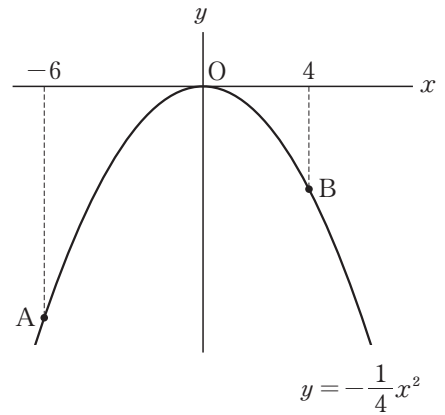
(3)  $x$  の変域を  $0 \leq x < 1$ 、 $1 \leq x < 4$ 、 $4 \leq x < 9$  にわけて、 $y = x - \langle \sqrt{x} \rangle$  のグラフを右の図にかきなさい。



演習問題

1 右の図のように, 関数  $y = -\frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に2点 A, B

があり, A, B の  $x$  座標はそれぞれ  $-6, 4$  である。A と  $y$  軸について対称な点を C とするとき, 次の問いに答えなさい。〈福島〉



(1) 点 C の座標を求めなさい。

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

(3)  $y$  軸上に  $\triangle BPC$  の周の長さが最も小さくなるように点 P をとる。また, 線分 AB 上または放物線上の2点 A, B の間に,  $\triangle QAC$  の面積が  $\triangle BPC$  の面積の2倍となるように点 Q をとる。

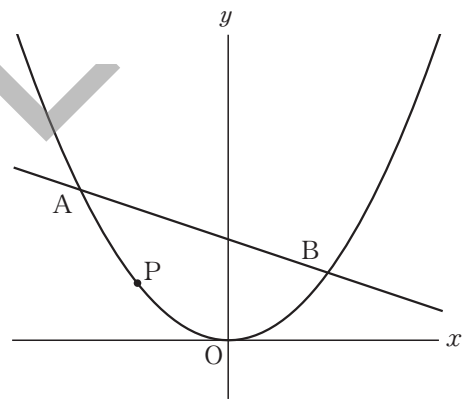
このとき, Q の  $x$  座標をすべて求めなさい。

2 放物線  $y = \frac{1}{3}x^2$  と直線  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  のグラフがあり, 図のように交点を A, B とする。このとき, 次の問いに答えなさい。〈土佐塾高〉

(1) 点 A, B の座標をそれぞれ求めなさい。

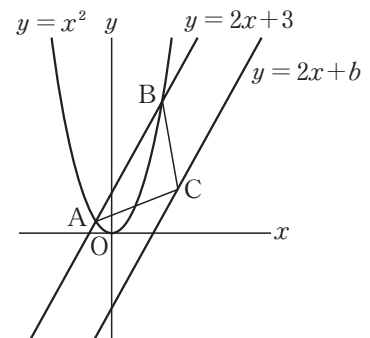
A \_\_\_\_\_ B \_\_\_\_\_

(2)  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。



(3) 点 P が放物線上の  $x < 0$  の部分を動くとき,  $\triangle PAB$  の面積が  $\triangle OAB$  の面積と等しくなるような点 P の  $x$  座標をすべて求めなさい。

3 右の図のように, 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = 2x + 3$  の2つの交点のうち,  $x$  座標が負である点を A,  $x$  座標が正である点を B とする。また, 点 C は2点 A, B から等距離にあり, 直線  $y = 2x + b$  上にある。 $\triangle ABC$  の面積が  $20\text{cm}^2$  のとき, 次の問いに答えなさい。ただし, 原点を O,  $b < 0$ , 座標の1目もりを  $1\text{cm}$  とする。〈日本大第三高改〉



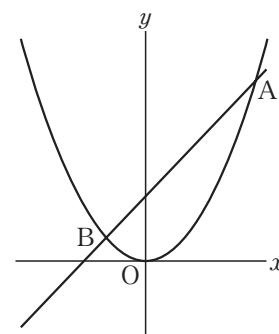
(1) 2点 A, B の座標をそれぞれ求めなさい。

A \_\_\_\_\_ B \_\_\_\_\_

(2)  $b$  の値を求めなさい。

(3) 点 C の座標を求めなさい。

4 図のように放物線  $y = ax^2$  と直線  $y = x + 1$  が2点 A, B で交わり, 点 A の  $x$  座標は1である。また, この放物線と直線  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$  との交点を C, D とする。ただし, 点 D の  $x$  座標は負であるとする。次の各問いに答えなさい。



〈成蹊高〉

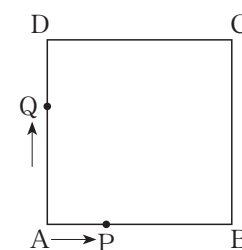
(1)  $a$  の値を求めなさい。

(2) 点 D の座標を求めなさい。

(3) 直線 AD 上に点 E をとり,  $\triangle BDE$  と四角形 ADBC の面積が等しくなるようにする。点 E の座標を求めなさい。ただし, 点 E の  $x$  座標は正であるとする。

(4) 点 B を通り四角形 ADBC の面積を 2 等分する直線と, 直線 AD との交点を F とする。点 F の座標を求めなさい。

5 図のような 1 辺の長さが 6cm の正方形 ABCD がある。点 P は頂点 A を出発し, 正方形の周上を毎秒 1cm の速さで左回りに進む。また点 Q は頂点 A を点 P と同時に出発し, 正方形の周上を毎秒 2cm の速さで右回りに進む。なお, P, Q は最初に出会うまで進み, その後停止する。最初に出会うまでの時間を  $a$  秒として, 次の問いに答えなさい。



〈大阪教育大附池田高〉

(1)  $a$  の値を求めなさい。また, そのときの, PC の長さを求めなさい。

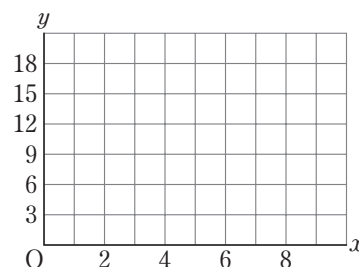
$a$  の値 \_\_\_\_\_ PC の長さ \_\_\_\_\_

(2) 出発して  $x$  秒後の  $\triangle APQ$  の面積を  $ycm^2$  とする。  $0 < x < a$  の範囲において,  $y$  を  $x$  の式で表し, グラフをかきなさい。

㉞  $0 < x < ( \quad )$  のとき,  $y = ( \quad )$

㉟  $( \quad ) \leq x < ( \quad )$  のとき,  $y = ( \quad )$

㊱  $( \quad ) \leq x < a$  のとき,  $y = ( \quad )$

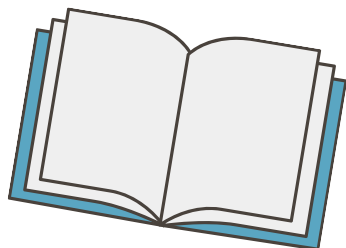


(3) 出発して  $x$  秒後に,  $\triangle ABQ$  の面積が  $\triangle APQ$  の面積の 2 倍になる。 $x$  の値を求めなさい。

紙面サンプルはここまでです。  
弊社教材サンプルをご覧ください  
ありがとうございます。

塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、  
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！  
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site  
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

### 教材サポート

単元テスト、指導用資料、  
学習サポートアイテムなど  
指導をサポートするコンテンツ



### 最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、  
教科書採択情報など最新の  
教育に関する情報をお届け



### 各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・  
テスト・デジタルコンテンツを  
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。  
ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。  
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等  
お気軽にお問い合わせ下さい。