

冬期テキスト

必修編

数学

中学

3年

第

6

講座

平面図形と相似, 円周角の定理

▶ 要点のまとめ

1 相似な図形

(1) 三角形の相似条件

- ・ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ・ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ・ 2組の角がそれぞれ等しい。

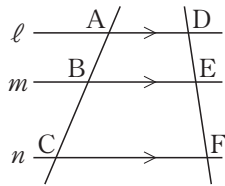
(2) 相似な平面図形の性質

- 相似な平面図形では,
- ・ 周の長さの比は相似比に等しい。
 - ・ 面積比は相似比の2乗に等しい。

2 平行線と比

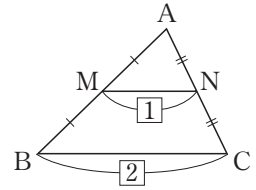
(1) 平行線と線分の比

$l \parallel m \parallel n$ のとき,
 $AB : BC = DE : EF$
 $AB : AC = DE : DF$



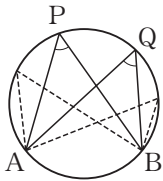
(2) 中点連結定理 2辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とするとき,

$MN \parallel BC$
 $MN = \frac{1}{2} BC$

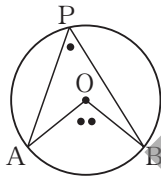


3 円周角の定理

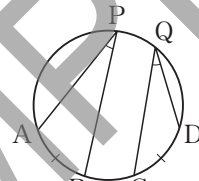
- (1) 円周角の定理 1つの弧に対する円周角は一定であり, その弧に対する中心角の半分である。
- (2) 弧の長ささと円周角 1つの円において, 等しい弧に対する円周角は等しい。
- (3) 半円の弧と円周角 半円の弧(直径)に対する円周角は 90° である。



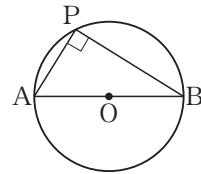
$\angle APB = \angle AQB$



$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$



$\angle APB = \angle CQD$



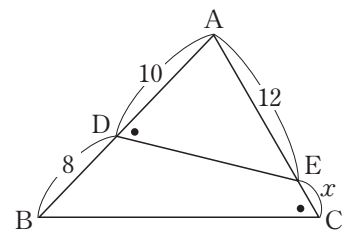
$\angle APB = 90^\circ$

基本問題

1 〈相似の証明と相似比〉 右の図で, $\angle ADE = \angle ACB$ であるとき, 次の問いに答えなさい。

(1) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ となることを証明しなさい。

証明

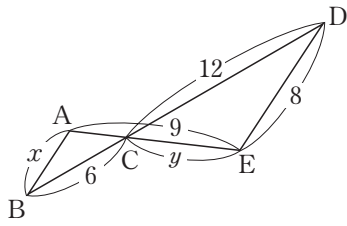


(2) x の値を求めなさい。

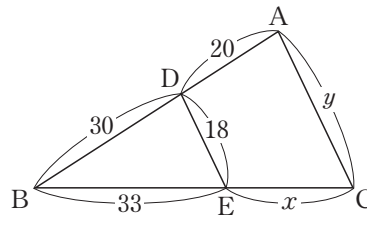
(3) $\triangle AED = 56$ のとき, 四角形 DBCE の面積を求めなさい。

2 〈平行線と線分の比〉 次の図で、 x, y の値を求めなさい。

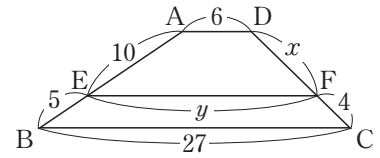
(1) $AB \parallel DE$



(2) $AC \parallel DE$

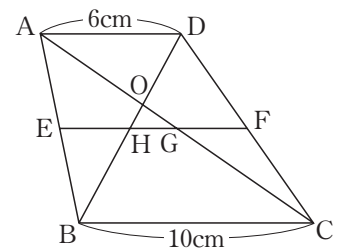


(3) $AD \parallel EF \parallel BC$



3 〈中点連結定理〉 右の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形 ABCD がある。

点 E, F はそれぞれ辺 AB, DC の中点である。線分 EF と対角線 AC, BD との交点をそれぞれ G, H, 対角線 AC と BD との交点を O とする。
 $AD = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

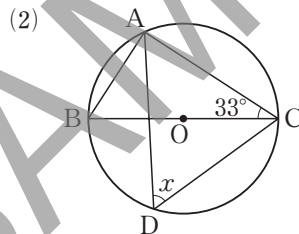
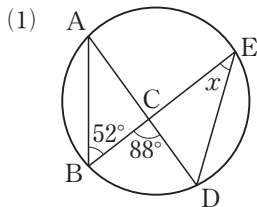


(1) 線分 EH, EF の長さを、それぞれ求めなさい。

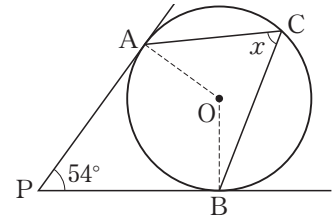
EH _____ EF _____

(2) $OG : GC$ を求めなさい。

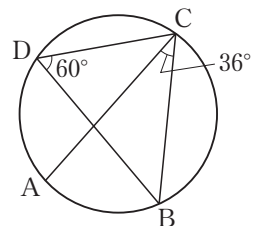
4 〈円周角〉 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



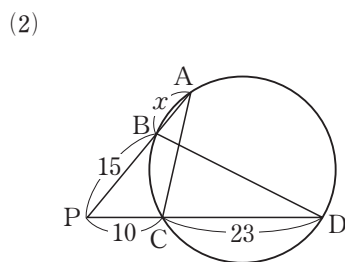
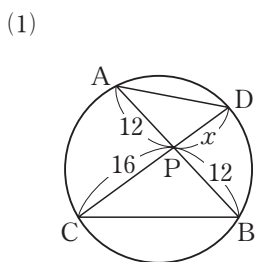
(3) 直線 PA, PB は円 O の接線



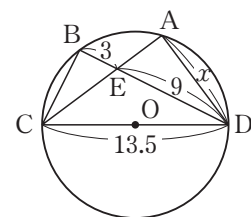
5 〈円周角と弧〉 右の図のように、円周上に 4 点 A, B, C, D があり、
 $\angle ACB = 36^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$, $\widehat{AB} = 3\pi\text{cm}$ のとき、 \widehat{BC} の長さを求めなさい。



6 〈円と相似〉 次の図で、 x の値を求めなさい。



(3) $\widehat{AB} = \widehat{BC}$

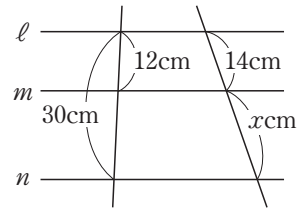


演習問題

1 次の問いに答えなさい。

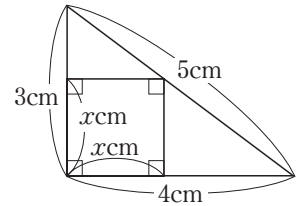
- (1) 右の図で, $\ell \parallel m \parallel n$ のとき, x の値を求めなさい。

〈青森〉



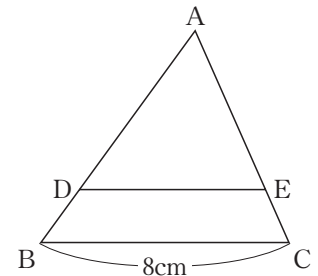
- (2) 右の図で, 正方形の1辺の長さを x cm とするとき, x の値を求めなさい。

〈和歌山〉



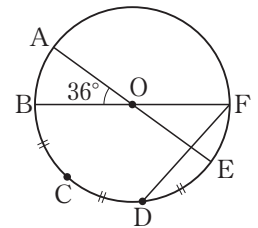
- (3) 右の図のように, $\triangle ABC$ の2辺 AB , AC 上にそれぞれ点 D , E があり, $DE \parallel BC$ である。 $BC = 8$ cm, $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比が $9 : 16$ のとき, 線分 DE の長さを答えなさい。

〈新潟〉



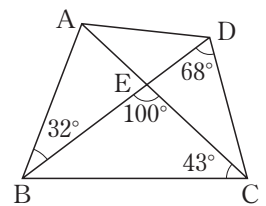
- (4) 右の図のように, 円 O の円周上に6つの点 A , B , C , D , E , F があり, 線分 AE と BF は円の中心 O で交わっている。また, $\angle AOB = 36^\circ$ であり, 点 C , D は \widehat{BE} を3等分する点である。このとき, $\angle BFD$ の大きさを答えなさい。

〈新潟〉



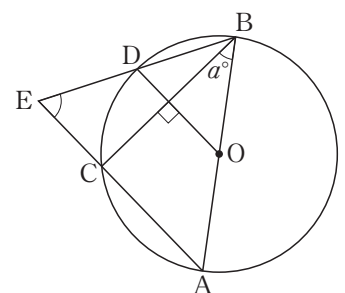
- (5) 右の図のような四角形 $ABCD$ があり, 対角線 AC と対角線 BD との交点を E とする。 $\angle ABD = 32^\circ$, $\angle ACB = 43^\circ$, $\angle BDC = 68^\circ$, $\angle BEC = 100^\circ$ のとき, $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。

〈神奈川〉

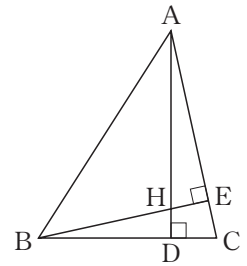


- (6) 右の図で, 線分 AB は円 O の直径で, 2点 C , D は円 O の周上にあり, $BC \perp OD$ である。また, 点 E は2直線 AC , BD の交点である。 $\angle OBC = a^\circ$ のとき, $\angle CED$ の大きさを a を用いて表しなさい。

〈奈良〉



2 $\angle A = 45^\circ$ である $\triangle ABC$ がある。右の図のように、頂点 A, B からそれぞれ辺 BC, AC に垂線をひき、辺 BC, AC との交点をそれぞれ D, E としたところ、 $BD = 3\text{cm}$, $DC = 1\text{cm}$ となった。



このとき、裕太さんは、合同な三角形や相似な三角形に着目して、 $\triangle ABC$ の面積を求めることにした。垂線 AD, BE の交点を H として、次の問いに答えなさい。

〈群馬〉

- (1) $\triangle AEH$ と $\triangle BEC$ は合同で、 $AH = BC$ である。このことを、裕太さんは次のように証明した。ア～ウには適する記号や数値を、あ, いには適することばを、それぞれ入れなさい。また、には、 $\angle EAH$ と $\angle EBC$ が等しいことの説明を書き、証明を完成させなさい。

証明

$\triangle AEH$ と $\triangle BEC$ において、仮定より、 $\angle AEH = \text{ア} = 90^\circ \dots \text{①}$

また、仮定より、 $\angle BAE = 45^\circ$, $\angle AEB = 90^\circ$ だから、 $\angle ABE = \text{イ}^\circ$

よって、 $\triangle EAB$ はあである。したがって、 $AE = \text{ウ} \dots \text{②}$

説明

したがって、 $\angle EAH = \angle EBC \dots \text{③}$

①～③よりいなので、 $\triangle AEH \equiv \triangle BEC$

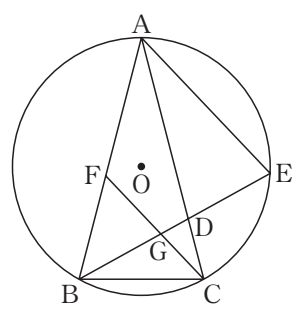
対応する辺の長さは等しいから、 $AH = BC$

- ア _____
- イ _____
- ウ _____
- あ _____
- い _____
- _____
- _____

- (2) $\triangle BDH$ と相似な三角形をすべて書きなさい。
- _____
- (3) 相似な三角形を利用して、線分 HD の長さを求めなさい。また、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

線分 HD の長さ _____ $\triangle ABC$ の面積 _____

3 右の図のように、円 O の周上に 3 点 A, B, C があり、 $AB = AC = 4\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$ である。線分 AC 上に、点 D を $BC = BD$ となるようにとる。2 点 B, D を通る直線と円 O の周との交点のうち、点 B と異なる点を E とする。線分 AB 上に、 $AE \parallel FC$ となるように点 F をとり、線分 BE と線分 CF との交点を G とする。このとき、次の問いに答えなさい。



〈京都〉

- (1) 線分 CD, 線分 AE の長さをそれぞれ求めなさい。

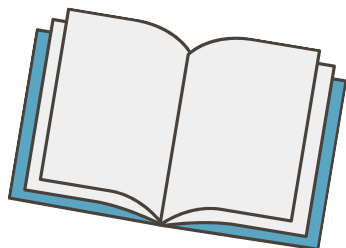
CD _____ AE _____

- (2) $AE : FG$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧いただき
ありがとうございます。

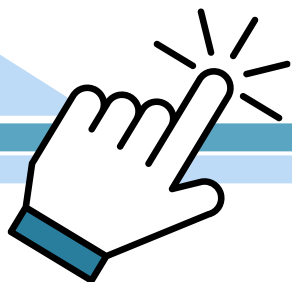
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。