

冬期テキスト

必修編

# 数学

中学

3年

第

6

講座

平面図形と相似, 円周角の定理

▶ 要点のまとめ

1 相似な図形

(1) 三角形の相似条件

- ・ 3組の辺の比がすべて等しい。
- ・ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
- ・ 2組の角がそれぞれ等しい。

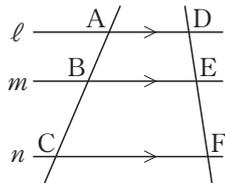
(2) 相似な平面図形の性質

- 相似な平面図形では,
- ・ 周の長さの比は相似比に等しい。
  - ・ 面積比は相似比の2乗に等しい。

2 平行線と比

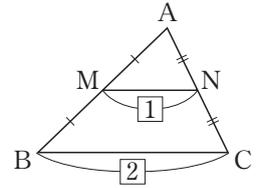
(1) 平行線と線分の比

- $l \parallel m \parallel n$  のとき,  
 $AB : BC = DE : EF$   
 $AB : AC = DE : DF$



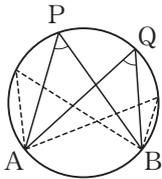
(2) 中点連結定理 2辺 AB, AC の中点をそれぞれ M,

- N とするとき,  
 $MN \parallel BC$   
 $MN = \frac{1}{2} BC$

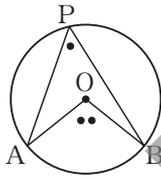


3 円周角の定理

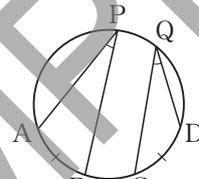
- (1) 円周角の定理 1つの弧に対する円周角は一定であり, その弧に対する中心角の半分である。  
 (2) 弧の長ささと円周角 1つの円において, 等しい弧に対する円周角は等しい。  
 (3) 半円の弧と円周角 半円の弧(直径)に対する円周角は  $90^\circ$  である。



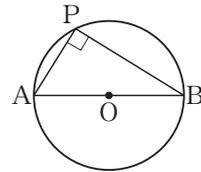
$\angle APB = \angle AQB$



$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$



$\angle APB = \angle CQD$



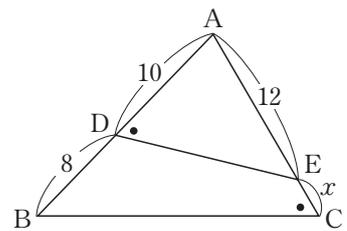
$\angle APB = 90^\circ$

基本問題

1 〈相似の証明と相似比〉 右の図で,  $\angle ADE = \angle ACB$  であるとき, 次の問いに答えなさい。

(1)  $\triangle ABC \sim \triangle AED$  となることを証明しなさい。

証明

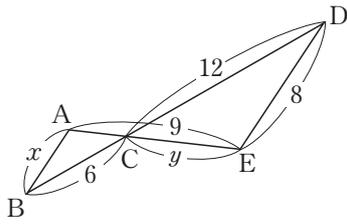


(2)  $x$  の値を求めなさい。

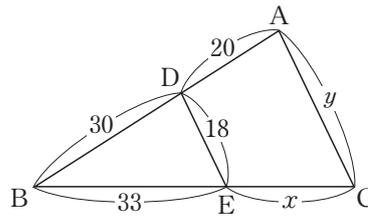
(3)  $\triangle AED = 56$  のとき, 四角形 DBCE の面積を求めなさい。

**2** 〈平行線と線分の比〉 次の図で、 $x, y$  の値を求めなさい。

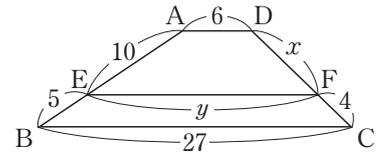
(1)  $AB \parallel DE$



(2)  $AC \parallel DE$

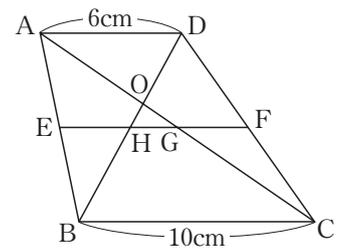


(3)  $AD \parallel EF \parallel BC$



**3** 〈中点連結定理〉 右の図のような、 $AD \parallel BC$  の台形 ABCD がある。

点 E, F はそれぞれ辺 AB, DC の中点である。線分 EF と対角線 AC, BD との交点をそれぞれ G, H, 対角線 AC と BD との交点を O とする。  
 $AD = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$  のとき、次の問いに答えなさい。

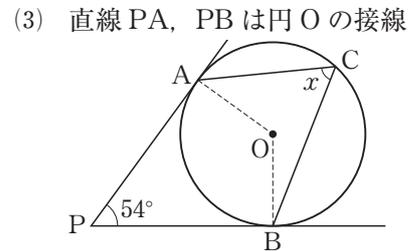
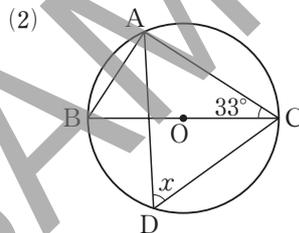
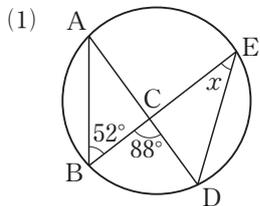


(1) 線分 EH, EF の長さを、それぞれ求めなさい。

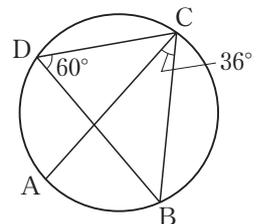
EH \_\_\_\_\_ EF \_\_\_\_\_

(2)  $OG : GC$  を求めなさい。

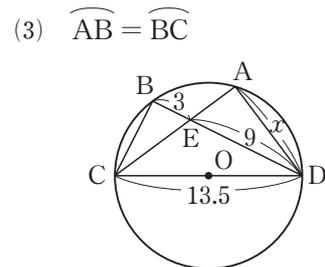
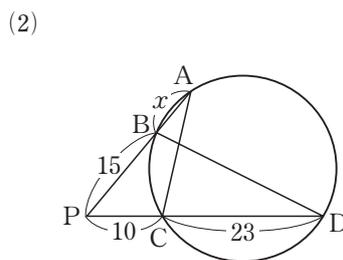
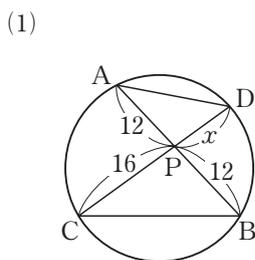
**4** 〈円周角〉 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



**5** 〈円周角と弧〉 右の図のように、円周上に 4 点 A, B, C, D があり、  
 $\angle ACB = 36^\circ$ ,  $\angle BDC = 60^\circ$ ,  $\widehat{AB} = 3\pi\text{cm}$  のとき、 $\widehat{BC}$  の長さを求めなさい。



**6** 〈円と相似〉 次の図で、 $x$  の値を求めなさい。

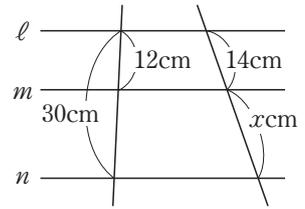


## 演習問題

1 次の問いに答えなさい。

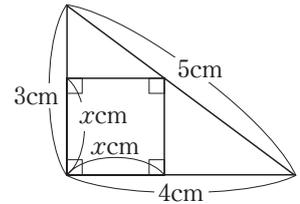
- (1) 右の図で,  $\ell \parallel m \parallel n$  のとき,  $x$  の値を求めなさい。

〈青森〉



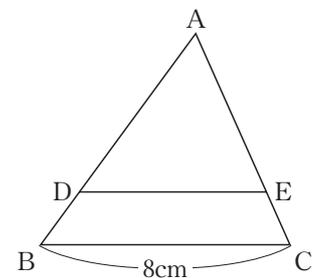
- (2) 右の図で, 正方形の1辺の長さを  $x$  cm とするとき,  $x$  の値を求めなさい。

〈和歌山〉



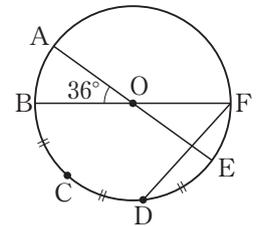
- (3) 右の図のように,  $\triangle ABC$  の2辺  $AB$ ,  $AC$  上にそれぞれ点  $D$ ,  $E$  があり,  $DE \parallel BC$  である。  $BC = 8$  cm,  $\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  の面積の比が  $9 : 16$  のとき, 線分  $DE$  の長さを答えなさい。

〈新潟〉



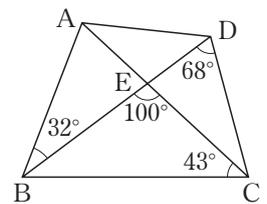
- (4) 右の図のように, 円  $O$  の円周上に6つの点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  があり, 線分  $AE$  と  $BF$  は円の中心  $O$  で交わっている。また,  $\angle AOB = 36^\circ$  であり, 点  $C$ ,  $D$  は  $\widehat{BE}$  を3等分する点である。このとき,  $\angle BFD$  の大きさを答えなさい。

〈新潟〉



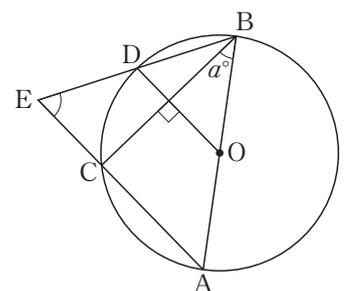
- (5) 右の図のような四角形  $ABCD$  があり, 対角線  $AC$  と対角線  $BD$  との交点を  $E$  とする。  $\angle ABD = 32^\circ$ ,  $\angle ACB = 43^\circ$ ,  $\angle BDC = 68^\circ$ ,  $\angle BEC = 100^\circ$  のとき,  $\angle CAD$  の大きさを求めなさい。

〈神奈川〉

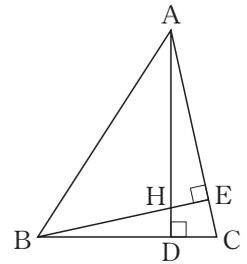


- (6) 右の図で, 線分  $AB$  は円  $O$  の直径で, 2点  $C$ ,  $D$  は円  $O$  の周上にあり,  $BC \perp OD$  である。また, 点  $E$  は2直線  $AC$ ,  $BD$  の交点である。  $\angle OBC = a^\circ$  のとき,  $\angle CED$  の大きさを  $a$  を用いて表しなさい。

〈奈良〉



**2**  $\angle A = 45^\circ$ である  $\triangle ABC$ がある。右の図のように、頂点  $A, B$  からそれぞれ辺  $BC, AC$  に垂線をひき、辺  $BC, AC$  との交点をそれぞれ  $D, E$  としたところ、 $BD = 3\text{cm}$ ,  $DC = 1\text{cm}$  となった。



このとき、裕太さんは、合同な三角形や相似な三角形に着目して、 $\triangle ABC$  の面積を求めることにした。垂線  $AD, BE$  の交点を  $H$  として、次の問いに答えなさい。

〈群馬〉

- (1)  $\triangle AEH$  と  $\triangle BEC$  は合同で、 $AH = BC$  である。このことを、裕太さんは次のように証明した。ア～ウには適する記号や数値を、あ, いには適することばを、それぞれ入れなさい。また、には、 $\angle EAH$  と  $\angle EBC$  が等しいことの説明を書き、証明を完成させなさい。

**証明**

$\triangle AEH$  と  $\triangle BEC$  において、仮定より、 $\angle AEH = \text{ア} = 90^\circ \dots ①$

また、仮定より、 $\angle BAE = 45^\circ$ ,  $\angle AEB = 90^\circ$  だから、 $\angle ABE = \text{イ}^\circ$

よって、 $\triangle EAB$  は あ である。したがって、 $AE = \text{ウ} \dots ②$

---

**説明**

したがって、 $\angle EAH = \angle EBC \dots ③$

①～③より い ので、 $\triangle AEH \equiv \triangle BEC$

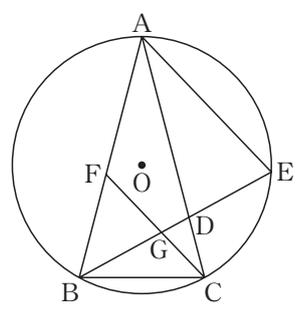
対応する辺の長さは等しいから、 $AH = BC$

- ア \_\_\_\_\_
- イ \_\_\_\_\_
- ウ \_\_\_\_\_
- あ \_\_\_\_\_
- い \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

- (2)  $\triangle BDH$  と相似な三角形をすべて書きなさい。
- \_\_\_\_\_
- (3) 相似な三角形を利用して、線分  $HD$  の長さを求めなさい。また、 $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

線分  $HD$  の長さ \_\_\_\_\_  $\triangle ABC$  の面積 \_\_\_\_\_

**3** 右の図のように、円  $O$  の周上に3点  $A, B, C$  があり、 $AB = AC = 4\text{cm}$ ,  $BC = 2\text{cm}$  である。線分  $AC$  上に、点  $D$  を  $BC = BD$  となるようにとる。2点  $B, D$  を通る直線と円  $O$  の周との交点のうち、点  $B$  と異なる点を  $E$  とする。線分  $AB$  上に、 $AE \parallel FC$  となるように点  $F$  をとり、線分  $BE$  と線分  $CF$  との交点を  $G$  とする。このとき、次の問いに答えなさい。



〈京都〉

- (1) 線分  $CD$ , 線分  $AE$  の長さをそれぞれ求めなさい。

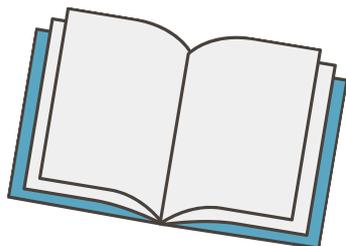
CD \_\_\_\_\_ AE \_\_\_\_\_

- (2)  $AE : FG$  を最も簡単な整数の比で表しなさい。

紙面サンプルはここまでです。  
弊社教材サンプルをご覧いただき  
ありがとうございます。

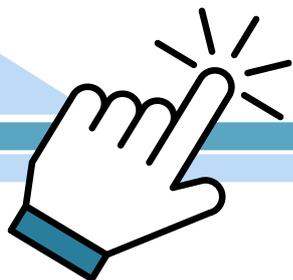
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、  
全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！  
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site  
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

### 教材サポート

単元テスト、指導用資料、  
学習サポートアイテムなど  
指導をサポートするコンテンツ



### 最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、  
教科書採択情報など最新の  
教育に関する情報をお届け



### 各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・  
テスト・デジタルコンテンツを  
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。  
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等  
お気軽にお問い合わせ下さい。