

新訂版

中学実力練成

$\alpha$ スタンダード

数学 3  
年

放物線と図形や関数 $y=ax^2$ 等の問題集  
中3数学 | 中学実力練成  $\alpha$ スタンダード

# 17 放物線と図形

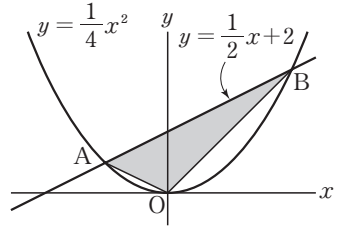
## 三角形の面積の2等分

2点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  の中点の座標は,  $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

**例題 1** 右の図のように, 放物線  $y = \frac{1}{4}x^2$  と直線  $y = \frac{1}{2}x + 2$

との交点を A, B とする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle AOB$  の面積を求めなさい。
- (2) 原点 O を通り,  $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

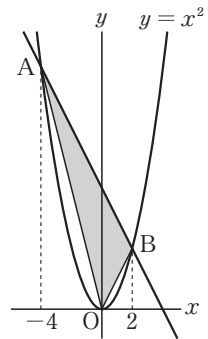


**Point** (1) 放物線と直線の式を連立方程式として解き,  $A(-2, 1)$ ,  $B(4, 4)$   
 (2) 原点 O を通り, AB の中点を通る直線が  $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する。

**答**▶ (1) 6 (2)  $y = \frac{5}{2}x$

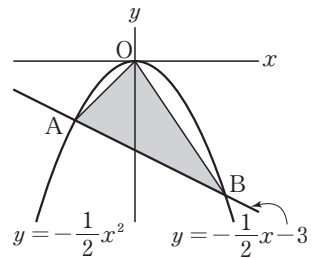
**1** 右の図のように, 放物線  $y = x^2$  と直線が 2 点 A, B で交わっている。A, B の x 座標をそれぞれ -4, 2 とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 AB の式を求めなさい。
- (2)  $\triangle AOB$  の面積を求めなさい。
- (3) 次の点を通り,  $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。  
① 原点 O      ② 点 A      ③ 点 B



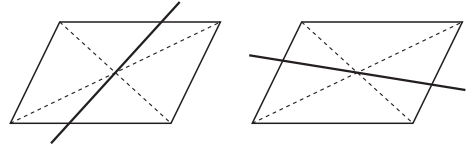
**2** 右の図のように, 放物線  $y = -\frac{1}{2}x^2$  と直線  $y = -\frac{1}{2}x - 3$  との交点を A, B とする。次の問いに答えなさい。

- (1) 2 点 A, B の座標を求めなさい。
- (2)  $\triangle AOB$  の面積を求めなさい。
- (3) 次の点を通り,  $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。  
① 原点 O      ② 点 A      ③ 点 B

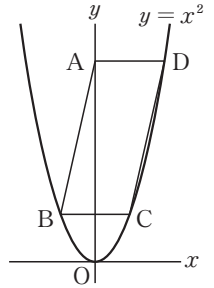


**放物線と平行四辺形**

平行四辺形の面積を2等分する直線は、2つの対角線の交点(対角線の midpoint)を通る。



**例題 2** 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形で、頂点 A は  $y$  軸上にあり、B, C, D は関数  $y = x^2$  のグラフ上にある。また、点 D の  $x$  座標は正であり、辺 BC は  $x$  軸に平行である。A(0, 36) のとき、次の問いに答えなさい。

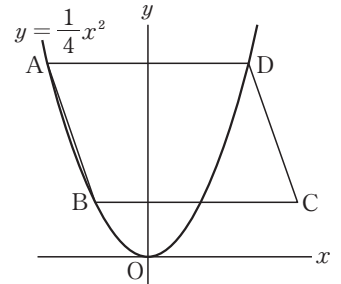


- (1) 点 C の座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。
- (3) 原点 O を通り、平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

**Point** (1) 四角形 ABCD は平行四辺形だから、 $AD \parallel BC$  ( $\parallel x$  軸)、 $AD = BC$   
 また、点 B と点 C は  $y$  軸について対称である。  
 (3) 平行四辺形の対角線の交点(対角線の midpoint)を通る直線が平行四辺形の面積を 2 等分する。

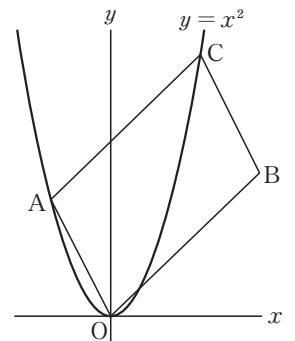
**答**▶ (1) C(3, 9)    (2) 162    (3)  $y = 15x$

**3** 右の図の四角形 ABCD は平行四辺形で、頂点 A, B, D は関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上にあり、辺 AD は  $x$  軸に平行である。B, D の  $x$  座標がそれぞれ  $-2, 4$  のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 C の座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。
- (3) 原点 O を通り、平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

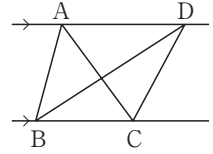
**4** 右の図の四角形 AOBC は平行四辺形である。頂点 O は原点で、A, C は関数  $y = x^2$  のグラフ上にある。また、直線 AC の傾きは 1 である。点 A の  $x$  座標が  $-2$  のとき、次の問いに答えなさい。



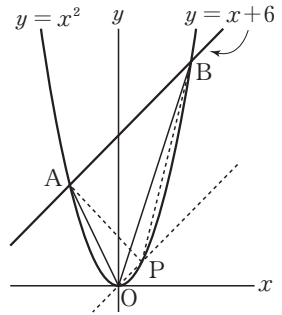
- (1) 点 B, C の座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形 AOBC の面積を求めなさい。
- (3) 直線 AC と  $y$  軸との交点を P とする。点 P を通り、平行四辺形 AOBC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

**面積の等しい三角形(等積変形)**

右の図のように、底辺BCを共有する2つの三角形では、 $AD \parallel BC$  のとき、 $\triangle ABC = \triangle DBC$  である。(等積変形)



**例題 3** 右の図のように、放物線  $y = x^2$  と直線  $y = x + 6$  との交点を A, B とする。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$  となるような点 O 以外の点 P をとる。次の問いに答えなさい。



- (1) 直線 OP の式を求めなさい。
- (2) 点 P の座標を求めなさい。

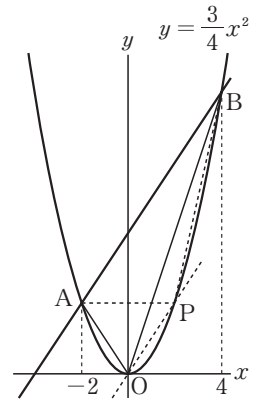
**Point** 辺 AB を底辺として、高さが等しい三角形を考える。

- (1) 原点 O を通り、直線 AB に平行な直線上に P をとると、 $\triangle AOB = \triangle APB$  であるといえる。
- (2) (1) で求めた直線の式と  $y = x^2$  を連立方程式として解く。

**参考** 2点 A, B の間以外にも点 P をとってよいならば、直線 AB を対称の軸として直線 OP を対称移動した直線 ( $y = x + 12$ ) と  $y = x^2$  との交点も P となる。

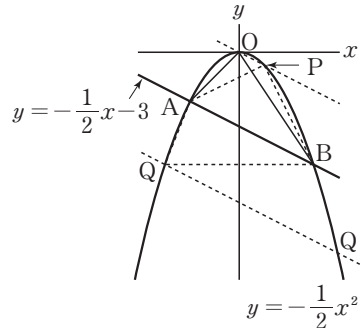
**答**▶ (1)  $y = x$  (2) (1, 1)

**5** 右の図のように、放物線  $y = \frac{3}{4}x^2$  と直線が2点 A, B で交わり、A, B の  $x$  座標がそれぞれ -2, 4 となる。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$  となるような点 O 以外の点 P をとるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線 OP の式を求めなさい。
- (2) 点 P の座標を求めなさい。

**6** 右の図のように、放物線  $y = -\frac{1}{2}x^2$  と直線  $y = -\frac{1}{2}x - 3$  との交点を A, B とする。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$  となるような点 O 以外の点 P と、放物線上の2点 A, B の間以外に、 $\triangle AOB = \triangle AQB$  となるような点 Q をとる。次の問いに答えなさい。



- (1) 点 P の座標を求めなさい。
- (2) 点 Q の座標をすべて求めなさい。

等積変形と四角形

**例題 4** 右の図1のように、放物線  $y = 2x^2$  上に4点A, B, C, Dがある。点A, B, C, Dの  $x$ 座標をそれぞれ  $-2, -1, 1, 2$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線BDの式を求めなさい。
- (2) 右の図2のように、直線AD上で点Dの右側に点Eをとり、(四角形ABCD) =  $\triangle ABE$  となるようにするとき、点Eの座標を求めなさい。

図1

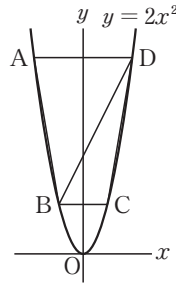
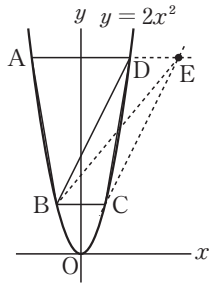


図2



**Point** (2) (四角形ABCD) =  $\triangle ABD + \triangle DBC$ ,  $\triangle ABE = \triangle ABD + \triangle DBE$  によって、 $\triangle DBC = \triangle DBE$  となる点Eの座標を求める。

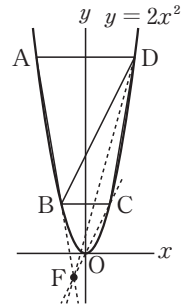
**答**▶ (1)  $y = 2x + 4$  (2) E(4, 8)

**7 例題 4** で、右の図3のように、直線AB上で点Bの下側に点Fをとり、(四角形ABCD) =  $\triangle AFD$  となるようにするとき、次の問いに答えなさい。

図3

□(1) 直線ABの式を求めなさい。

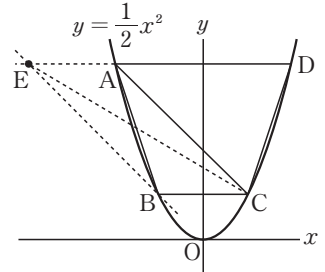
□(2) 点Fの座標を求めなさい。



**8** 放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  上に4点A, B, C, Dがある。点A, B, C, Dの  $x$ 座標をそれぞれ  $-4, -2, 2, 4$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

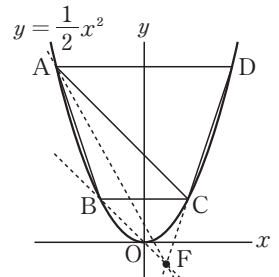
□(1) 右の図1のように、直線AD上で点Aの左側に点Eをとり、(四角形ABCD) =  $\triangle ECD$  となるようにするとき、点Eの座標を求めなさい。

図1



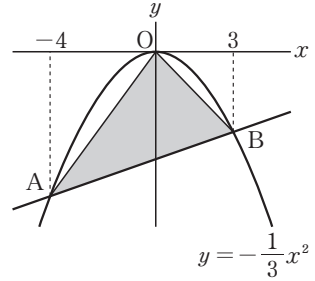
□(2) 右の図2のように、直線CD上で点Cの下側に点Fをとり、(四角形ABCD) =  $\triangle AFD$  となるようにするとき、点Fの座標を求めなさい。

図2



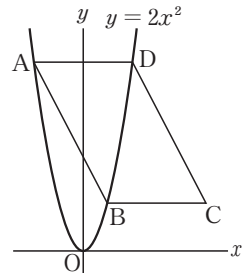
## 練習問題 A

- 1** 右の図のように、放物線  $y = -\frac{1}{3}x^2$  と直線が2点A, Bで交わり、そのx座標がそれぞれ-4, 3となる。次の問いに答えなさい。



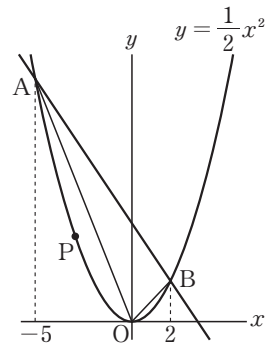
- (1)  $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。
- (2) 原点Oを通り、 $\triangle AOB$ の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- 2** 右の図の四角形ABCDは平行四辺形で、頂点A, B, Dは関数  $y = 2x^2$  のグラフ上にあり、辺ADはx軸に平行である。B, Dのx座標がそれぞれ1, 2のとき、次の問いに答えなさい。



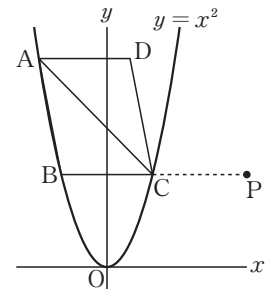
- (1) 点Cの座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。
- (3) 原点Oを通り、平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- 3** 右の図のように、放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  と直線が2点A, Bで交わり、A, Bのx座標がそれぞれ-5, 2となる。放物線上の2点A, Bの間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点O以外の点Pをとるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線OPの式を求めなさい。
- (2) 点Pの座標を求めなさい。

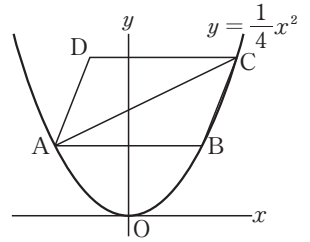
- 4** 右の図のように、放物線  $y = x^2$  上に3点A, B, Cがあり、それぞれのx座標を-3, -2, 2とする。この3点とさらにもう1点Dをとって、四角形ABCDが平行四辺形となるようにするとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線ACの式を求めなさい。
- (2) (平行四辺形ABCD) =  $\triangle ABP$ となるような点Pを、直線BC上で点Cの右側に図のようにとる。点Pの座標を求めなさい。

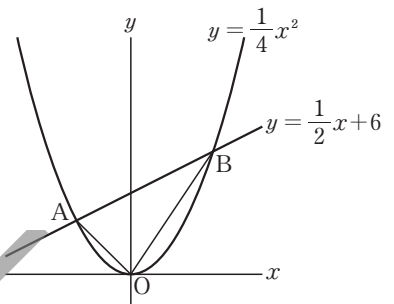
**練習問題 B**

**1** 右の図のように、関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。点 A, B, C の  $x$  座標をそれぞれ,  $-4, 4, 6$  とし, 四角形 ABCD を平行四辺形とすると, 次の直線の式を求めなさい。



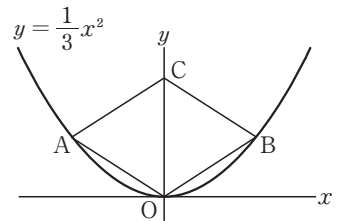
- (1) 点 C を通り,  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線  $m$  の式
- (2) 原点  $O$  を通り, 平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線  $n$  の式

**2** 右の図のように、放物線  $y = \frac{1}{4}x^2$  と直線  $y = \frac{1}{2}x + 6$  との交点を A, B とする。放物線上の 2 点 A, B の間に,  $\triangle AOB = \triangle APB$  となるような点  $O$  以外の点  $P$  と, 放物線上の 2 点 A, B の間以外に,  $\triangle AOB = \triangle AQB$  となるような点  $Q$  とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

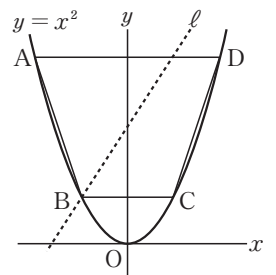


- (1) 直線  $OP$  の式を求めなさい。
- (2) 点  $P$  の座標を求めなさい。
- (3) 点  $Q$  の座標をすべて求めなさい。

**3** 右の図のように、放物線  $y = \frac{1}{3}x^2$  上に 2 点 A, B がある。点 A, B の  $x$  座標をそれぞれ  $-2, 2$  とする。また, 点 C を  $y$  軸上に四角形 AOBC がひし形になるようにとる。このとき, ひし形 AOBC と面積が等しくなる  $\triangle AOD$  の点 D を直線 OB 上にとるとき, 点 D の座標を求めなさい。ただし, 点 D の  $x$  座標は正の数とする。



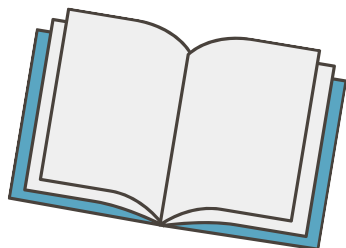
**4** 右の図のように、放物線  $y = x^2$  上に 4 点 A, B, C, D がある。点 A, B, C, D の  $x$  座標をそれぞれ,  $-2, -1, 1, 2$  とするとき, 点 B を通る直線  $\ell$  が四角形 ABCD の面積を 2 等分する。このときの直線  $\ell$  の式を求めなさい。



紙面サンプルはここまでです。  
弊社教材サンプルをご覧ください  
ありがとうございます。

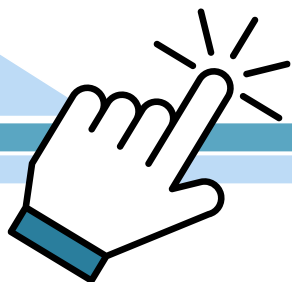
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、  
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！  
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site  
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

### 教材サポート

単元テスト、指導用資料、  
学習サポートアイテムなど  
指導をサポートするコンテンツ



### 最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、  
教科書採択情報など最新の  
教育に関する情報をお届け



### 各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・  
テスト・デジタルコンテンツを  
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。  
ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。  
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等  
お気軽にお問い合わせ下さい。