

新訂版

中学実力練成

α スタンダード

数学 3
年

放物線と図形や関数 $y=ax^2$ 等の問題集
中3数学 | 中学実力練成 α スタンダード

17 放物線と図形

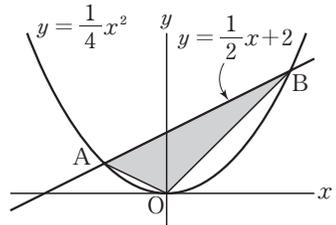
三角形の面積の2等分

2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) の中点の座標は, $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

例題 1 右の図のように, 放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ と直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$

との交点を A, B とする。次の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。
- (2) 原点 O を通り, $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



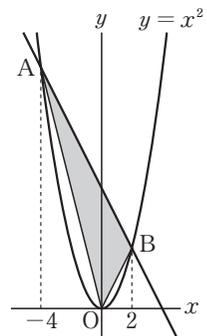
Point (1) 放物線と直線の式を連立方程式として解き, $A(-2, 1)$, $B(4, 4)$
 (2) 原点 O を通り, AB の中点を通る直線が $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する。

答▶ (1) 6 (2) $y = \frac{5}{2}x$

1 右の図のように, 放物線 $y = x^2$ と直線が 2 点 A, B で交わっている。A, B の x 座標をそれぞれ $-4, 2$ とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 AB の式を求めなさい。
- (2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。
- (3) 次の点を通り, $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

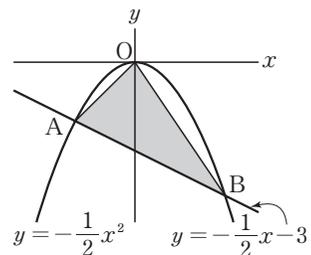
□① 原点 O	□② 点 A	□③ 点 B
---------	--------	--------



2 右の図のように, 放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ との交点を A, B とする。次の問いに答えなさい。

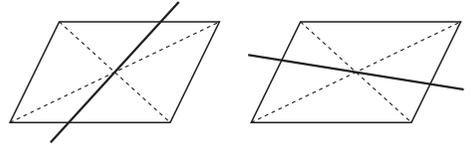
- (1) 2 点 A, B の座標を求めなさい。
- (2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。
- (3) 次の点を通り, $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

□① 原点 O	□② 点 A	□③ 点 B
---------	--------	--------

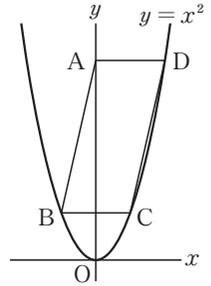


放物線と平行四辺形

平行四辺形の面積を2等分する直線は、2つの対角線の交点(対角線の中点)を通る。



例題 2 右の図の四角形ABCDは平行四辺形で、頂点Aはy軸上にあり、B, C, Dは関数 $y = x^2$ のグラフ上にある。また、点Dのx座標は正であり、辺BCはx軸に平行である。A(0, 36)のとき、次の問いに答えなさい。

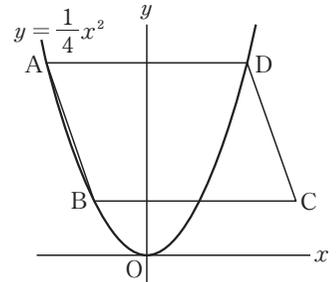


- (1) 点Cの座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。
- (3) 原点Oを通り、平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

Point (1) 四角形ABCDは平行四辺形だから、 $AD \parallel BC$ ($\parallel x$ 軸), $AD = BC$
 また、点Bと点Cはy軸について対称である。
 (3) 平行四辺形の対角線の交点(対角線の中点)を通る直線が平行四辺形の面積を2等分する。

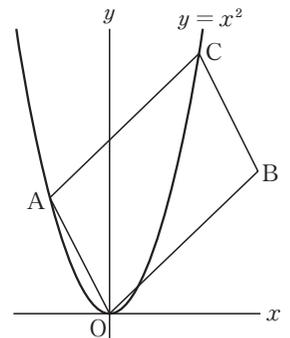
答▶ (1) C(3, 9) (2) 162 (3) $y = 15x$

3 右の図の四角形ABCDは平行四辺形で、頂点A, B, Dは関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり、辺ADはx軸に平行である。B, Dのx座標がそれぞれ-2, 4のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点Cの座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。
- (3) 原点Oを通り、平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

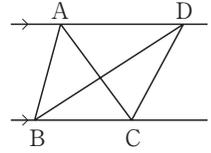
4 右の図の四角形AOBCは平行四辺形である。頂点Oは原点で、A, Cは関数 $y = x^2$ のグラフ上にある。また、直線ACの傾きは1である。点Aのx座標が-2のとき、次の問いに答えなさい。



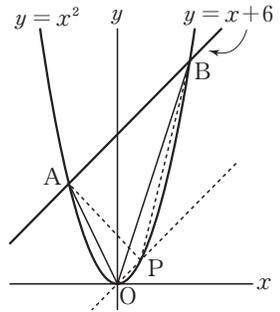
- (1) 点B, Cの座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形AOBCの面積を求めなさい。
- (3) 直線ACとy軸との交点をPとする。点Pを通り、平行四辺形AOBCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

面積の等しい三角形(等積変形)

右の図のように、底辺BCを共有する2つの三角形では、 $AD \parallel BC$ のとき、 $\triangle ABC = \triangle DBC$ である。(等積変形)



例題 3 右の図のように、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x + 6$ との交点を A, B とする。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点 O 以外の点 P をとる。次の問いに答えなさい。



- (1) 直線 OP の式を求めなさい。
- (2) 点 P の座標を求めなさい。

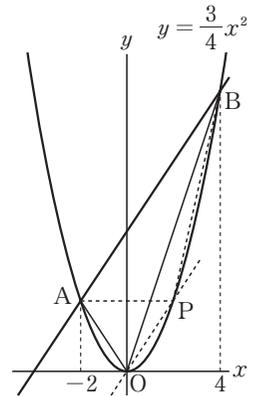
Point 辺 AB を底辺として、高さが等しい三角形を考える。

- (1) 原点 O を通り、直線 AB に平行な直線上に P をとると、 $\triangle AOB = \triangle APB$ であるといえる。
- (2) (1) で求めた直線の式と $y = x^2$ を連立方程式として解く。

参考 2点 A, B の間以外にも点 P をとってよいならば、直線 AB を対称の軸として直線 OP を対称移動した直線 ($y = x + 12$) と $y = x^2$ との交点も P となる。

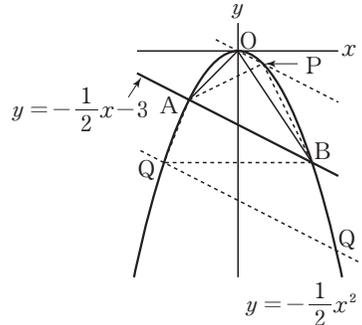
答▶ (1) $y = x$ (2) (1, 1)

5 右の図のように、放物線 $y = \frac{3}{4}x^2$ と直線が2点 A, B で交わり、A, B の x 座標がそれぞれ $-2, 4$ となる。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点 O 以外の点 P をとるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線 OP の式を求めなさい。
- (2) 点 P の座標を求めなさい。

6 右の図のように、放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ との交点を A, B とする。放物線上の2点 A, B の間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点 O 以外の点 P と、放物線上の2点 A, B の間以外に、 $\triangle AOB = \triangle AQB$ となるような点 Q をとる。次の問いに答えなさい。



- (1) 点 P の座標を求めなさい。
- (2) 点 Q の座標をすべて求めなさい。

等積変形と四角形

例題 4 右の図1のように、放物線 $y = 2x^2$ 上に4点A, B, C, Dがある。点A, B, C, Dの x 座標をそれぞれ $-2, -1, 1, 2$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

図1

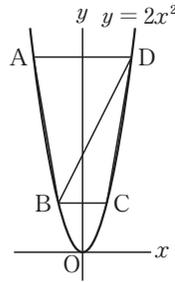
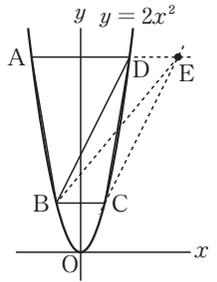


図2



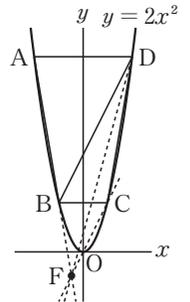
- (1) 直線BDの式を求めなさい。
- (2) 右の図2のように、直線AD上で点Dの右側に点Eをとり、(四角形 ABCD) = $\triangle ABE$ となるようにするとき、点Eの座標を求めなさい。

Point (2) (四角形 ABCD) = $\triangle ABD + \triangle DBC$, $\triangle ABE = \triangle ABD + \triangle DBE$ によって、 $\triangle DBC = \triangle DBE$ となる点Eの座標を求める。

答▶ (1) $y = 2x + 4$ (2) E(4, 8)

7 例題 4 で、右の図3のように、直線AB上で点Bの下側に点Fをとり、(四角形 ABCD) = $\triangle AFD$ となるようにするとき、次の問いに答えなさい。

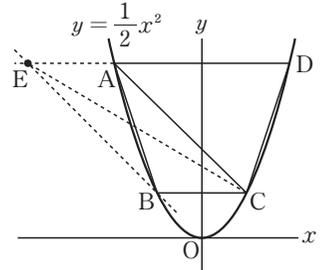
図3



- (1) 直線ABの式を求めなさい。
- (2) 点Fの座標を求めなさい。

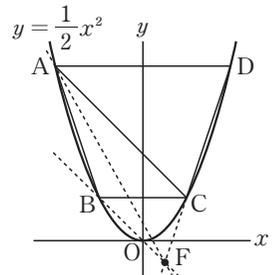
8 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上に4点A, B, C, Dがある。点A, B, C, Dの x 座標をそれぞれ $-4, -2, 2, 4$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

図1



- (1) 右の図1のように、直線AD上で点Aの左側に点Eをとり、(四角形 ABCD) = $\triangle ECD$ となるようにするとき、点Eの座標を求めなさい。

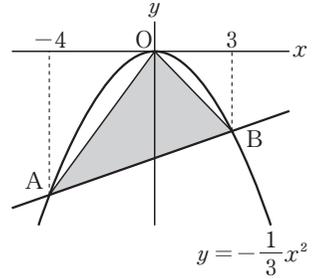
図2



- (2) 右の図2のように、直線CD上で点Cの下側に点Fをとり、(四角形 ABCD) = $\triangle AFD$ となるようにするとき、点Fの座標を求めなさい。

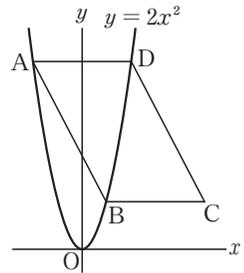
練習問題 A

- 1** 右の図のように、放物線 $y = -\frac{1}{3}x^2$ と直線が2点A, Bで交わり、そのx座標がそれぞれ-4, 3となる。次の問いに答えなさい。



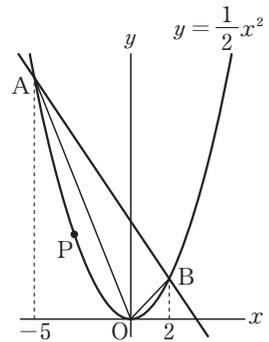
- (1) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。
- (2) 原点Oを通り、 $\triangle AOB$ の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- 2** 右の図の四角形ABCDは平行四辺形で、頂点A, B, Dは関数 $y = 2x^2$ のグラフ上にあり、辺ADはx軸に平行である。B, Dのx座標がそれぞれ1, 2のとき、次の問いに答えなさい。



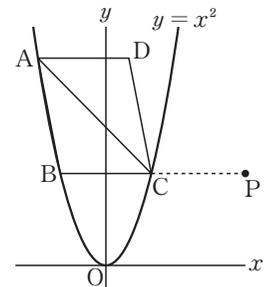
- (1) 点Cの座標を求めなさい。
- (2) 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。
- (3) 原点Oを通り、平行四辺形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- 3** 右の図のように、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線が2点A, Bで交わり、A, Bのx座標がそれぞれ-5, 2となる。放物線上の2点A, Bの間に、 $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点O以外の点Pをとるとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線OPの式を求めなさい。
- (2) 点Pの座標を求めなさい。

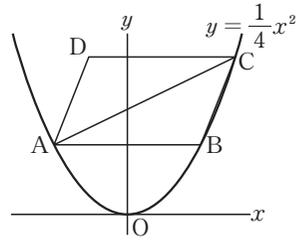
- 4** 右の図のように、放物線 $y = x^2$ 上に3点A, B, Cがあり、それぞれのx座標を-3, -2, 2とする。この3点とさらにもう1点Dをとって、四角形ABCDが平行四辺形となるようにするとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直線ACの式を求めなさい。
- (2) (平行四辺形ABCD) = $\triangle ABP$ となるような点Pを、直線BC上で点Cの右側に図のようにとる。点Pの座標を求めなさい。

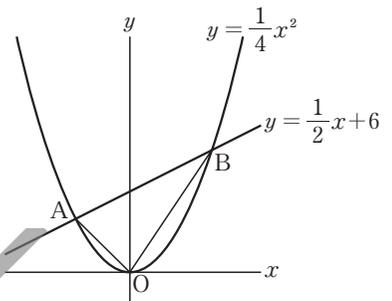
練習問題 B

1 右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。点 A, B, C の x 座標をそれぞれ, $-4, 4, 6$ とし, 四角形 ABCD を平行四辺形とすると, 次の直線の式を求めなさい。



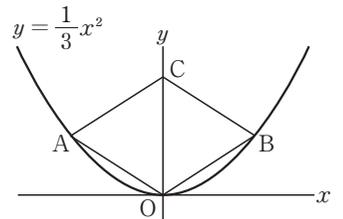
- (1) 点 C を通り, $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線 m の式
- (2) 原点 O を通り, 平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線 n の式

2 右の図のように、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ と直線 $y = \frac{1}{2}x + 6$ との交点を A, B とする。放物線上の 2 点 A, B の間に, $\triangle AOB = \triangle APB$ となるような点 O 以外の点 P と, 放物線上の 2 点 A, B の間以外に, $\triangle AOB = \triangle AQB$ となるような点 Q とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

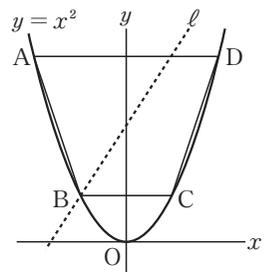


- (1) 直線 OP の式を求めなさい。
- (2) 点 P の座標を求めなさい。
- (3) 点 Q の座標をすべて求めなさい。

3 右の図のように、放物線 $y = \frac{1}{3}x^2$ 上に 2 点 A, B がある。点 A, B の x 座標をそれぞれ $-2, 2$ とする。また, 点 C を y 軸上に四角形 AOBC がひし形になるようにとる。このとき, ひし形 AOBC と面積が等しくなる $\triangle AOD$ の点 D を直線 OB 上にとるとき, 点 D の座標を求めなさい。ただし, 点 D の x 座標は正の数とする。



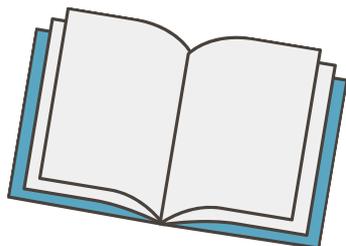
4 右の図のように、放物線 $y = x^2$ 上に 4 点 A, B, C, D がある。点 A, B, C, D の x 座標をそれぞれ, $-2, -1, 1, 2$ とするとき, 点 B を通る直線 ℓ が四角形 ABCD の面積を 2 等分する。このときの直線 ℓ の式を求めなさい。



紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧いただき
ありがとうございます。

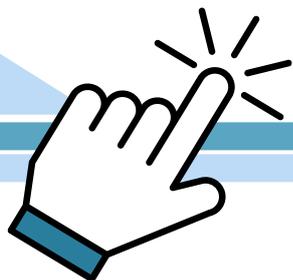
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。