

春期テキスト

必修編

数学

中学
新

3年

第 8 講座

因数分解

要点のまとめ

1 因数分解

(1) 因数 多項式をいくつかの単項式や多項式の積の形で表すとき、1つ1つの式をもとの多項式の因数という。

例 ① $3ab$ において、 3 、 a 、 b は因数である。

② $x^2 - 4x = x(x - 4)$ であるから、 x と $x - 4$ は $x^2 - 4x$ の因数である。

(2) 因数分解 多項式をいくつかの因数の積として表すことを、その多項式を因数分解するという。

$$x^2 + 5x + 6 \xrightleftharpoons[\text{展開}]{\text{因数分解}} (x + 2)(x + 3)$$

(3) 共通因数 多項式の各項に共通な因数があるとき、それがかっこの外にくくり出して、式を因数分解することができる。

$$ma + mb + mc = m(a + b + c)$$

例 $6x^2 - 9xy = 2 \times 3 \times x \times x - 3 \times 3 \times x \times y = \underline{3x}(2x - 3y)$
共通因数でくくる

2 公式を利用する因数分解

(1) 乗法公式

公式 1 $x^2 + \underbrace{(a+b)}_{\text{和}}x + \underbrace{ab}_{\text{積}} = (x+a)(x+b)$

例 $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$

公式 2 $x^2 + \underbrace{2a}_{\text{半分の平方}}x + a^2 = (x+a)^2$

例 $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$
 2×6 、 6^2 *「積が36、和が12の2数」を考慮してもよい。

公式 3 $x^2 - \underbrace{2a}_{\text{半分の平方}}x + a^2 = (x-a)^2$

例 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
 2×3 、 3^2 *「積が9、和が-6の2数」を考慮してもよい。

公式 4 $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$
平方の差

例 $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$
 5^2 *「積が-25、和が0の2数」を考慮してもよい。

積が-15	和が2
-1, 15	×
1, -15	×
-3, 5	○
3, -5	×

(2) いろいろな因数分解

① 共通な因数をくくり出すと、公式が使える場合がある。

② 式の一部をひとまとめにして1つの文字におきかえると、公式が使える場合がある。

(3) 計算のくふう 因数分解を利用して、数の計算を簡単にできる場合がある。

例 $64^2 - 36^2 = (64 + 36) \times (64 - 36) = 100 \times 28 = 2800$

基本問題

1 〈共通因数〉 次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab - bc$

(2) $3x^2y + 6x$

(3) $15abx - 10aby$

(4) $4x^2y + 6xy^2$

(5) $x^2 - 2xy + 5x$

(6) $8ax^2 + 12ax - 4abx$

演習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 + 12xy + 20y^2$ (2) $a^2 - 4b^2$ (3) $x^2 - 6xy + 9y^2$
- (4) $a^2 + 25b^2 + 10ab$ (5) $x^2 - 36y^2 + 5xy$ (6) $-49y^2 + x^2$

2 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $4x^2 - y^2$ (2) $9x^2 - 12xy + 4y^2$ (3) $25a^2 - 144b^2$
- (4) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ (5) $a^2 - \frac{1}{4}$ (6) $4m^2 - \frac{1}{9}$

3 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $ax^2 + 3axy - 4ay^2$ (2) $2a^2 - 40ab + 200b^2$ (3) $9x^2 - 36y^2$
- (4) $3ax^2 - 12ax + 12a$ (5) $a^2b - 2ab + ab^2$ (6) $-2a^2c + 2abc + 60b^2c$

4 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15$ を次のように因数分解した。_____をうめなさい。

計算 $a+b=A$ とおくと、

$$(a+b)^2 - 2(a+b) - 15$$

$$= \textcircled{ア} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= (A + \textcircled{イ} \underline{\hspace{1cm}})(A - \textcircled{ウ} \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= (\textcircled{エ} \underline{\hspace{2cm}})(\textcircled{オ} \underline{\hspace{2cm}})$$

} 因数分解
} Aをa+bにもどす

5 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $(x-y)^2 - 9(x-y) + 18$ (2) $(a+2b)^2 - 25$
- (3) $(x+y)^2 - 12(x+y) + 36$ (4) $(y+4)^2 - (y+4) - 20$

6 次の問いに答えなさい。

(1) 次の式の a, b にあてはまる自然数をそれぞれ求めなさい。

㉞ $x^2 + 12x + a = (x + b)^2$

㉟ $x^2 - ax + 64 = (x - b)^2$

(2) $x^2 + \text{ア}x - 18 = (x + \text{イ})(x - \text{ウ})$ の、 ア 、 イ 、 ウ にあてはまる自然数は 3 組ある。それらをすべて求めなさい。

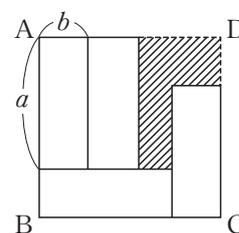
	ア	イ	ウ
1 組目			
2 組目			
3 組目			

(3) $\frac{24^2 - 1^2}{(13^2 - 12^2) \times (12^2 - 11^2)}$ を、くふうして計算しなさい。

(4) $x + y = a, xy = b$ とするとき、 $x^2 + y^2$ を、 a, b を使った式で表しなさい。

7 右の図のように、正方形 ABCD の中に、合同な 4 つの長方形を、重ならないように並べた。長方形の 2 辺を $a, b (a > 2b)$ として、次の問いに答えなさい。

(1) 斜線部分と面積が等しい正方形の 1 辺の長さを、 a, b を使って表しなさい。



(2) $a = 7.3, b = 2.3$ のとき、斜線部分の面積を求めなさい。

II 入試問題 II

8 花子さんは、メモに書いた式を見て、「連続する 3 つの自然数では、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に 1 を加えると、中央の自然数の 2 乗に等しくなる」と予想した。

この予想がいつでも成り立つことを、最も小さい自然数を n として証明しなさい。

〈青森〉

証明

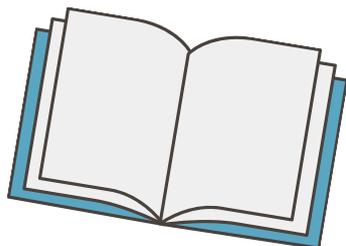
花子さんのメモ

2, 3, 4 の場合	$2 \times 4 + 1 = 9 = 3^2$
3, 4, 5 の場合	$3 \times 5 + 1 = 16 = 4^2$
6, 7, 8 の場合	$6 \times 8 + 1 = 49 = 7^2$
11, 12, 13 の場合	$11 \times 13 + 1 = 144 = 12^2$

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧ください
ありがとうございます。

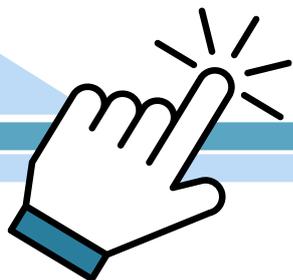
塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム



招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。