

中学

必修テキスト

3

数学

東京書籍版 [新編 新しい数学] 準拠



2次方程式とその解き方や平方根等の問題集 中3数学 | 中学必修テキスト

6

2次方程式とその解き方

基本1 2次方程式とその解

2次方程式 移項して整理することによって、 $(2次式)=0$ の形に変形できる方程式を、2次方程式といい、一般に $ax^2+bx+c=0$ の形で表される。2次方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の解^{かい}といい、解をすべて求めることを、2次方程式を解^とくという。

例 (1) $x^2+4x+3=0$ や $(x-2)(x+4)=2(\rightarrow x^2+2x-10=0)$ は、2次方程式である。

$x^2+x-2=x^2(\rightarrow x-2=0)$ は、2次方程式ではなく、1次方程式である。

(2) 2次方程式 $x^2-2x-3=0$ について、 $(-1)^2-2 \times (-1)-3=0$, $3^2-2 \times 3-3=0$

よって、 -1 と 3 は、2次方程式 $x^2-2x-3=0$ の解である。

1 次の間に答えなさい。

(1) 次の方程式のうち、2次方程式はどれですか。

ア $x^2-4x+4=0$

イ $x^2+3x=3x+9$

ウ $(x+3)(x-5)=x^2+1$

2 $-2, -1, 0, 1, 2$ のうち、2次方程式 $x^2-x-2=0$ の解を、すべて答えなさい。

基本2 平方根の考えを使った解き方

▶ $x^2=n$ の形に変形すると、解は、 $x=\pm\sqrt{n}$ ($x=\sqrt{n}$ と $x=-\sqrt{n}$ をまとめて示している。)

例題 次の方程式を解きなさい。

(1) $2x^2-54=0$

(2) $(x-3)^2=2$

解説 (1) $2x^2-54=0$

$2x^2=54$

$x^2=27$

$x=\pm 3\sqrt{3}$

-54を
移項
両辺を2
でわる
平方根を
とる

(2) $(x-3)^2=2$

$x-3=\pm\sqrt{2}$

$x=3\pm\sqrt{2}$

$x-3=A$
とおくと、
 $A^2=2$ より、
 $A=\pm\sqrt{2}$

答 (1) $x=\pm 3\sqrt{3}$ (2) $x=3\pm\sqrt{2}$

注 $x=a\pm\sqrt{b}$ は、 $x=a+\sqrt{b}$, $x=a-\sqrt{b}$ をまとめて示している。

2 次の方程式を解きなさい。

1 (1) $5x^2=45$

(2) $4x^2=1$

2 (3) $7x^2-84=0$

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)^2 = 5$

(2) $(x-5)^2 - 16 = 0$

(3) $4(x+7)^2 = 48$

基本 3 $x^2+px+q=0$ の形をした 2 次方程式の解き方

教科書 p.76~77

$x^2+px+q=0$ の形をした 2 次方程式は、 $(x+\blacktriangle)^2 = \bullet$ の形に変形すると、解くことができる。

例題 方程式 $x^2+10x-8=0$ を解きなさい。

解説

$$\begin{aligned} x^2+10x-8 &= 0 \\ x^2+10x &= 8 && \left. \begin{array}{l} -8 \text{ を移項} \\ \text{両辺に, } x \text{ の係数} \\ \text{の半分の 2 乗をたす} \end{array} \right\} \\ x^2+10x+5^2 &= 8+5^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+5)^2 &= 33 && \leftarrow \text{左辺を } (x+\blacktriangle)^2 \text{ の形に変形} \\ x+5 &= \pm\sqrt{33} && \leftarrow \text{平方根をとる} \\ x &= -5 \pm \sqrt{33} \end{aligned}$$

答 $x = -5 \pm \sqrt{33}$

4 次の にあてはまる数を答えなさい。

(1) $x^2+4x + \text{㊦} = (x + \text{㊩})^2$

(2) $x^2-8x + \text{㊧} = (x - \text{㊪})^2$

▶ガイド

$$x^2+2ax+a^2 = (x+a)^2$$

↑
半分の 2 乗

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+8x = 5$

(2) $x^2-6x = -4$

(3) $x^2+6x-5 = 0$

6 方程式 $x^2-5x-5=0$ を次のように解きました。
 にあてはまる数
を書き入れなさい。

▶ガイド

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x+\frac{p}{2}\right)^2$$

↑
半分の 2 乗

$$x^2-5x-5=0$$

-5 を移項して

$$x^2-5x = \text{㊦}$$

両辺に (㊩)² をたすと $x^2-5x + (\text{㊩})^2 = \text{㊦} + (\text{㊩})^2$

左辺を平方の形にして

$$(x - \text{㊪})^2 = \text{㊫}$$

$$x - \text{㊪} = \text{㈬}$$

$$x = \text{㊭}$$

基本4 2次方程式の解の公式

教科書 p.78-80

▶ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (この式を、2次方程式の解の公式という。)

例題 次の方程式を、解の公式を使って解きなさい。

(1) $x^2-3x-5=0$

(2) $3x^2-2x-4=0$

解説 (1) 解の公式に、 $a=1$ 、 $b=-3$ 、 $c=-5$ を代入すると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \end{aligned}$$

答

$x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$

ると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{4+48}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{6} \end{aligned}$$

答

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$

7 次の方程式を、解の公式を使って解きなさい。

● (1) $x^2+5x+3=0$

(2) $x^2+x-4=0$

● (3) $3x^2-7x-1=0$

(4) $4x^2-3x-2=0$

8 次の方程式を、解の公式を使って解きなさい。

● (1) $2x^2+3x+1=0$

(2) $6x^2-5x+1=0$

9 次の方程式を、解の公式を使って解きなさい。

● (1) $x^2+6x-5=0$

(2) $2x^2-6x-3=0$

● (3) $x^2+11=7x$

(4) $3x^2+8x+12=6(x+3)$

基本5 因数分解を使った解き方

教科書 p.81~82

▶ 2つの数を A, B とするとき, $AB=0$ ならば, $A=0$ または $B=0$

例題 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)(x-5)=0$

(2) $x^2+2x-3=0$

解説 (1) $(x+2)(x-5)=0$ より,

$x+2=0$ または $x-5=0$

$x=-2, 5$

(2) $x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$

$x-1=0$ または $x+3=0$

$x=1, -3$

答 (1) $x=-2, 5$ (2) $x=1, -3$

10 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-3)(x+4)=0$

(2) $x(x-4)=0$

(3) $x(3x+4)=0$

11 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+12x+11=0$

(2) $x^2-11x+28=0$

(3) $x^2+4x-5=0$

(4) $x^2-9x-36=0$

12 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+25x=0$

(2) $6x^2=18x$

(3) $x^2-2x+1=0$

(4) $x^2+10x+25=0$

(5) $x^2-9=0$

(6) $x^2-16=0$

▶ 確認問題

▶▶ 必答&活用

p.78 ②~④, p.80 ①

1 -2, -1, 0, 1, 2のうち, 2次方程式 $x^2+x-2=0$ の解を, すべて答えなさい。

🔄 基本 1

2 次の方程式を解きなさい。

🔄 基本 2

(1) $x^2 = 12$

(2) $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0$

(3) $9x^2 - 4 = 1$

(4) $(x-3)^2 = 5$

(5) $(x+2)^2 - 12 = 0$

(6) $(2x-3)^2 = 25$

3 次の方程式を解きなさい。

🔄 基本 3

(1) $x^2 + 6x = 8$

(2) $x^2 + 10x + 2 = 0$

(3) $x^2 - 3x - 2 = 0$

4 次の方程式を, 解の公式を使って解きなさい。

🔄 基本 4

(1) $x^2 + 3x + 1 = 0$

(2) $2x^2 + 5x - 2 = 0$

(3) $x^2 - 4x - 9 = 0$

(4) $3x^2 + 2x - 3 = 0$

(5) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

(6) $6x^2 - 13x + 6 = 0$

5 次の方程式を解きなさい。

基本 5

(1) $(2x-3)(x+5)=0$

(2) $x^2+11x+24=0$

(3) $x^2+x-30=0$

(4) $x^2-6x+8=0$

(5) $x^2-4x-21=0$

(6) $2x^2-5x=0$

(7) $x^2-4x+4=0$

(8) $x^2+12x+36=0$

(9) $x^2-64=0$

6 次の方程式を解きなさい。

基本 6

(1) $2x^2+8x+6=0$

(2) $-2x^2+12x=18$

(3) $x^2=4(x+3)$

(4) $(x-3)(x-4)=2$

(5) $(x+3)^2=x+5$

(6) $(x-3)^2=2(x-3)$

7 次の問に答えなさい。

基本 7

(1) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -2 と 5 のとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 2次方程式 $x^2+6x+a=0$ の解の1つが $-3+\sqrt{5}$ のとき、 a の値を求めなさい。また、もう1つの解を求めなさい。

絶対落とせない! 必 答 問題

1 次の にあてはまる式やことばを答えなさい。 本書 p.64, 66

教 p. 72 ~ 73

(1) 移項して整理することによって、 $(2次式)=0$ の形に変形できる方程式を、 と
いいます。

(2) を成り立たせる文字の値を、その方程式の といい、 をすべて求めるこ
とを、 といいます。

教 p. 79

(3) 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の は、 $x=$ という式で表されます。

この式を、 の といいます。

2 次の方程式を解きなさい。 本書 p.70 ②~⑤

教 p. 74 ~ 75

(1) $3x^2=24$ ★(2) $(x-3)^2=36$ (3) $(x+5)^2-25=0$

教 p. 76 ~ 80

(4) $x^2+5x+1=0$ (5) $x^2-7x+1=0$ ★(6) $2x^2-3x-3=0$

教 p. 81 ~ 82

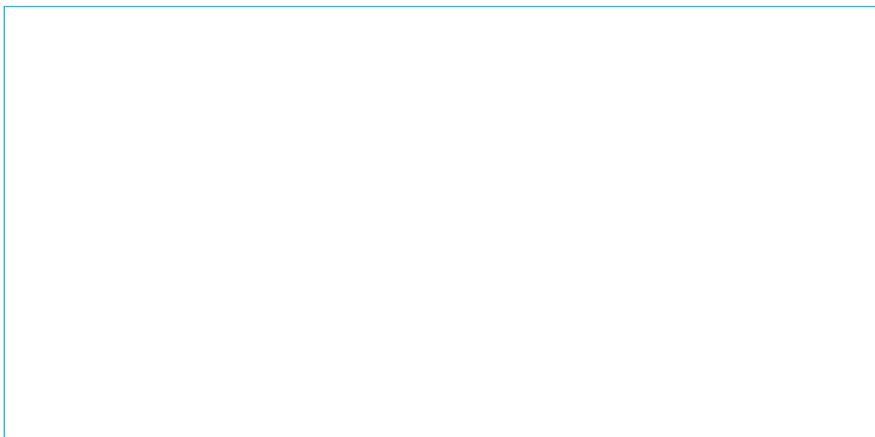
★(7) $(x+2)(x-7)=0$ ★(8) $x^2-7x=0$ ★(9) $x^2-x-12=0$

★(10) $x^2+5x-24=0$ ★(11) $x^2+8x+16=0$ ★(12) $x^2-36=0$

差がつく! 活用問題

教
p.
78

- 1 <2次方程式の解の公式の導き方> 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解が, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ であることを, 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を変形して導きなさい。ただし, $a > 0$ とします。 本書 p.70 ④



▶ ガイド

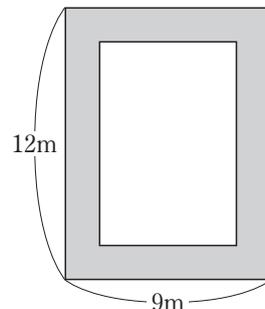
2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の両辺を a でわって,

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

この式を, $(x+\triangle)^2 = \bullet$ の形に変形し, 平方根の考え方を利用して x を求める。

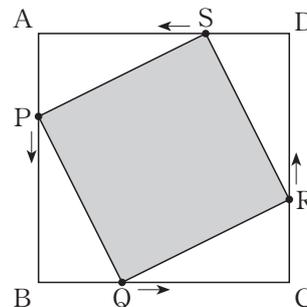
教
p.
51

- 2 <思考力> <2次方程式×図形> 縦が12m, 横が9mの長方形の土地に, 右の図のように, 周にそって同じ幅の道路をつけて, 残りを花だんにします。花だんの面積と道路の面積が等しくなるようにするには, 道路の幅を何mにすればよいですか。 本書 p.76 ①



教
p.
90

- 3 <2次方程式×合同> 1辺の長さが15cmの正方形ABCDがあります。4つの点P, Q, R, Sがそれぞれ頂点A, B, C, Dから同時に出発し, 毎秒1cmの速さで, 点Pは辺AB上をAからBまで, 点Qは辺BC上をBからCまで, 点Rは辺CD上をCからDまで, 点Sは辺DA上をDからAまで動きます。この4つの点を結ぶと, 正方形PQRSができます。



本書 p.77 ④

- (1) 4つの点P, Q, R, Sが出発してから3秒後の正方形PQRSの面積を求めなさい。

▶ ガイド

正方形ABCDの面積から $\triangle APS$, $\triangle BQP$, $\triangle CRQ$, $\triangle DSR$ の面積をひく。

- (2) 正方形PQRSの面積がはじめて 125cm^2 となるのは, 4つの点P, Q, R, Sが出発してから何秒後ですか。

▶ ガイド

x 秒後にはじめて 125cm^2 となるとすると,

$AP=BQ=CR=DS=x\text{cm}$
 x を使って, PB , QC , RD , SA の長さを表す。

教科書

p.69~84

定期テスト 得点 UP 問題 (1)

得点

100点

教
p.
72
73

1 次の間に答えなさい。

★(1) 次の方程式のうち、2次方程式であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x^2 - 3x = 8 - 3x$ イ $x^2 - 5x = 15 + x^2$ ウ $(x+3)(x+2) = 2x^2$

(2) 次の方程式のうち、-2が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア $x(x-2) = 0$ イ $x^2 - 2x - 8 = 0$ ウ $x^2 = 3x + 10$

1 (2点×2)

(1)	
(2)	

本書 p.70 ①

教
p.
74
75

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $4x^2 - 7 = 0$

(2) $9x^2 - 16 = 0$

(3) $(2x+1)^2 = 49$

(4) $4(2x-3)^2 - 5 = 0$

2 (4点×4)

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

本書 p.70 ②

教
p.
76
77

3 次の□にあてはまる数を答えなさい。

(1) $x^2 - 8x + \square \textcircled{7} = (x - \square \textcircled{4})^2$ (2) $x^2 + 7x + \square \textcircled{7} = (x + \square \textcircled{4})^2$

3 (2点×4)

(1)	ア	イ
(2)	ア	イ

本書 p.70 ③

教
p.
78

4 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$) を、次のように解きました。□にあてはまる式を答えなさい。

$$ax^2 + bx + c = 0$$

両辺を a でわって、 $x^2 + \frac{b}{a}x + \square \textcircled{7} = 0$

移項して、 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\square \textcircled{7}$

両辺に $(\square \textcircled{4})^2$ を加えて、 $x^2 + \frac{b}{a}x + (\square \textcircled{4})^2 = -\square \textcircled{7} + (\square \textcircled{4})^2$

$$(x + \square \textcircled{4})^2 = \frac{\square \textcircled{7}}{4a^2} \quad x + \square \textcircled{4} = \pm \sqrt{\frac{\square \textcircled{7}}{2a}}$$

移項して、 $x = -\square \textcircled{4} \pm \sqrt{\frac{\square \textcircled{7}}{2a}}$ よって、 $x = \frac{\square \textcircled{4}}{2a}$

4 (4点)

ア
イ
ウ
エ

本書 p.80 ④

教科書
p.85~92

定期テスト 得点 UP 問題 (2)

得点

100点

教
p.
91

1 次の問に答えなさい。

★(1) 2次方程式 $x^2+ax-18=0$ の解の1つが -6 のとき、 a の値を求めなさい。
また、もう1つの解を求めなさい。

★(2) 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -5 と 6 のとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

(3) 2次方程式 $x^2-3x-28=0$ の小さいほうの解が、2次方程式 $x^2+ax+2a+2=0$ の解の1つになっています。 a の値を求めなさい。

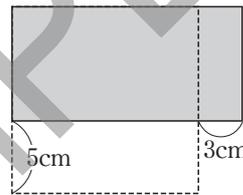
1 (8点×3)

	$a =$
(1)	もう1つの解
(2)	$a =$ $b =$
(3)	$a =$

本書 p.71 7

教
p.
85
86

2 右の図のように、正方形の縦を 5cm 短くし、横を 3cm 長くして長方形をつくったら、長方形の面積は 84cm^2 になりました。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

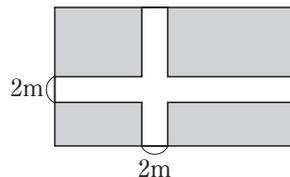


2 (8点)

--

本書 p.76 1

3 周の長さが 70m の長方形の土地に、右の図のように、縦と横に幅が 2m の道路をつくり、残りを畑にしたら、畑の面積は 234m^2 になりました。この土地の短いほうの辺の長さは何 m ですか。



3 (8点)

--

本書 p.76 1

教
p.
87

★
4 次の問に答えなさい。

(1) 3つの続いた自然数があり、真ん中の数の2乗は、この3つの数の和より4大きくなります。この3つの自然数を求めなさい。

(2) ある数 x に5をたして2乗するところを、 x に5をたして2倍したため、結果が正しい答えより48小さくなりました。ある数 x を求めなさい。

4 (8点×2)

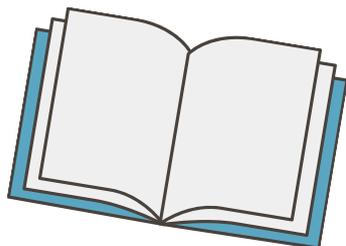
(1)	
(2)	

本書 p.76 2

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧ください
ありがとうございます。

塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧ください。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧ください。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム

招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。

資料ご請求フォーム

弊社教材カタログ、教材やセミナーの
最新情報をお手元にお届けします！