

中学

必修テキスト

3

数学

標準版



三平方の定理や直角三角形の3辺の長さ等の問題集
中3数学 | 中学必修テキスト

16 三平方の定理

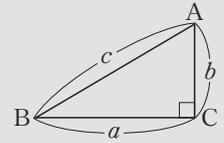
基本1 三平方の定理

▶ 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(三平方の定理は、ピタゴラスの定理ともよばれている。)

▶ 線分 AB の長さの2乗を AB^2 のように表すと、 $BC^2 + CA^2 = AB^2$



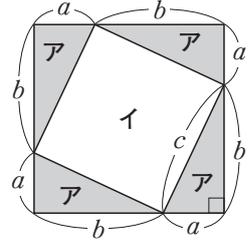
例題 右の図で、4つのアは合同な直角三角形、イは正方形です。この図を利用して、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立つことを証明しなさい。

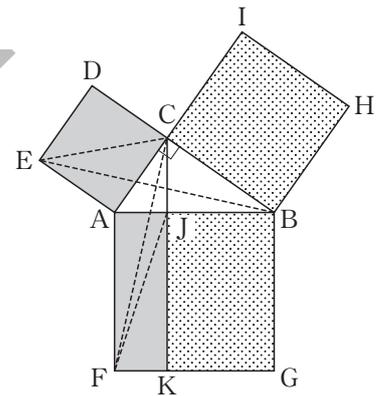
証明 (イの面積) = (1辺の長さが $a+b$ の正方形の面積) - (アの面積) $\times 4$ より、

$$c^2 = (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4 = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$$



1 右の図のように、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の辺 AC , AB , BC を1辺とする正方形をつくります。また、点 C から辺 AB に垂直にひいた直線と辺 AB , FG との交点をそれぞれ J , K とします。

● (1) $\triangle BEA$ と合同な三角形を答えなさい。また、そのときに使った合同条件を答えなさい。



合同な三角形 _____

合同条件 _____

(2) (1)を利用して、 $AC^2 + BC^2 = AB^2$ が成り立つことを、次のように証明しました。□をうめて、証明を完成させなさい。

証明 $BD \parallel EA$ より、 $\triangle BEA =$ ㉞ _____ \dots ①

$CK \parallel AF$ より、㉟ _____ $= \triangle FJA \dots$ ②

①, ②および(1)より、㊱ _____ $= \triangle FJA$

よって、正方形 ㊲ _____ $=$ 長方形 $AFKJ \dots$ ③

同様に、正方形 $CBHI =$ 長方形 ㊳ _____ \dots ④

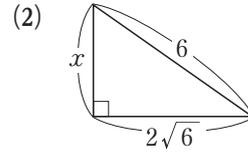
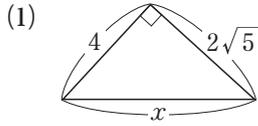
③, ④より、正方形 ㊴ _____ $+ 正方形 CBHI = 正方形$ ㊵ _____

すなわち、 $AC^2 + BC^2 = AB^2$

基本 2 直角三角形の 3 辺の長さ

- ▶ $a^2 + b^2 = c^2$ において、 $c > 0$ のとき、 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- ▶ $a^2 + b^2 = c^2$ において、 $a > 0$ のとき、 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

例題 下の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。



解説 (1) $4^2 + (2\sqrt{5})^2 = x^2$
 $x^2 = 16 + 20$
 $x^2 = 36$

(2) $x^2 + (2\sqrt{6})^2 = 6^2$
 $x^2 = 36 - 24$
 $x^2 = 12$

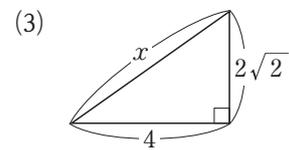
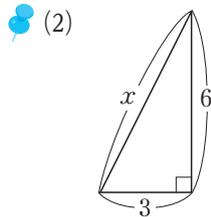
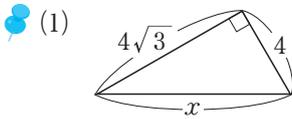
$x > 0$ であるから、 $x = 6$

答 $x = 6$

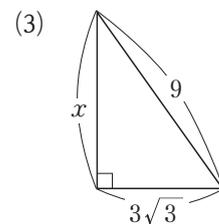
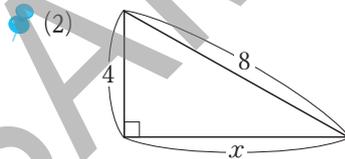
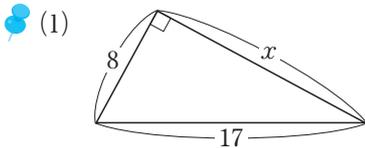
$x > 0$ であるから、 $x = 2\sqrt{3}$

答 $x = 2\sqrt{3}$

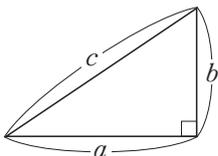
2 下の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。



3 下の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。



4 直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c として、下の表を完成させなさい。



| | | | | | |
|-----|----|---|-------------|------------|----|
| a | 9 | 5 | ⑦ | $\sqrt{2}$ | 5 |
| b | 12 | ① | 6 | $\sqrt{7}$ | ④ |
| c | ② | 7 | $6\sqrt{2}$ | ③ | 10 |

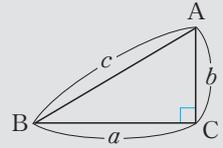
② _____ ① _____ ⑦ _____ ③ _____ ④ _____

基本3 三平方の定理の逆

▶ 三角形の3辺の長さ a, b, c の間に

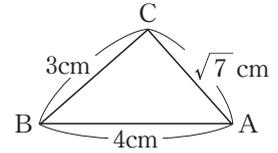
$$a^2 + b^2 = c^2$$

という関係が成り立てば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。



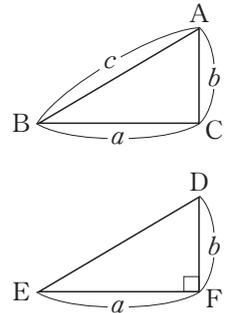
例題 右の図の $\triangle ABC$ は、直角三角形といえますか。

解説 $a = 3, b = \sqrt{7}, c = 4$ とすると、
 $a^2 + b^2 = 3^2 + (\sqrt{7})^2 = 16 \dots \text{①}$ $c^2 = 4^2 = 16 \dots \text{②}$
 ①, ②より、 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つので、 $\angle C = 90^\circ$



答 直角三角形であるといえる。

5 右の図の $\triangle ABC$ の3辺 a, b, c の間に、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つとき、 $\angle C = 90^\circ$ であることを、次のように証明しました。□をうめて、証明を完成させなさい。



証明 $\triangle ABC$ に対して、 $EF = a, FD = b, \angle F = 90^\circ$ である $\triangle DEF$ をかく。

$\triangle DEF$ は直角三角形であるから、㉞ より、

$$\text{㉟} + \text{㊱} = DE^2 \dots \text{①}$$

一方、仮定から、㊲ + ㊳ = $c^2 \dots \text{②}$

①, ②より、 $DE^2 = c^2$

$DE > 0, c > 0$ であるから、 $DE = \text{㊴}$

すなわち、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、 $AB = \text{㊵}$, $BC = EF, CA = \text{㊶}$ となり、

㊷ がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

よって、 $\angle C = \angle F = 90^\circ$

6 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれですか。

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ア 5cm, 7cm, 8cm | イ 12cm, 16cm, 20cm |
| ウ 20cm, 21cm, 29cm | エ 10cm, 15cm, 20cm |

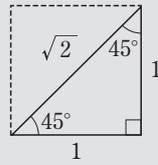
7 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれですか。

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| ア 0.5cm, 1.2cm, 1.3cm | イ $\sqrt{10}$ cm, 4cm, 5cm |
| ウ $\sqrt{5}$ cm, 3cm, 4cm | エ $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{6}$ cm, 3cm |

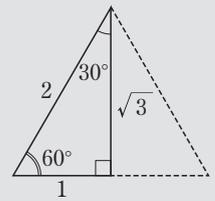
基本 4 正方形の対角線の長さや正三角形の高さ

特別な直角三角形の3辺の比

- ① 3つの角が $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ である直角二等辺三角形の3辺の長さの比は、
 $1 : 1 : \sqrt{2}$



- ② 3つの角が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ である直角三角形の3辺の長さの比は、
 $1 : \sqrt{3} : 2$



例題 次の長さや高さを求めなさい。

- (1) 1辺10cmの正方形の対角線の長さ (2) 1辺6cmの正三角形の高さ

解説 (1) 対角線の長さを x cm とすると、三平方の定理より、

$$x^2 = 10^2 + 10^2 \quad x^2 = 200$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

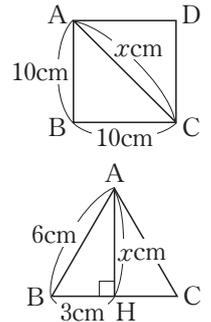
答 $10\sqrt{2}$ cm

- (2) 右の図の正三角形 ABC で、点 A から辺 BC に垂線 AH をひくと、H は辺 BC の中点となる。高さ AH を x cm とすると、三平方の定理より、

$$3^2 + x^2 = 6^2 \quad x^2 = 6^2 - 3^2 \quad x^2 = 27$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

答 $3\sqrt{3}$ cm



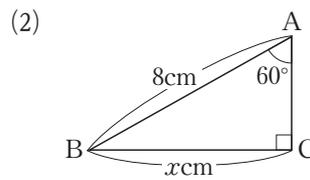
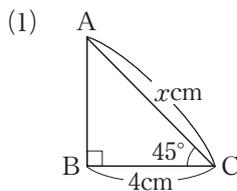
別解 (1) $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$ であるから、 $10 : x = 1 : \sqrt{2}$ より、 $x = 10\sqrt{2}$

(2) $AB : AH = 2 : \sqrt{3}$ であるから、 $6 : x = 2 : \sqrt{3}$ より、 $x = 3\sqrt{3}$

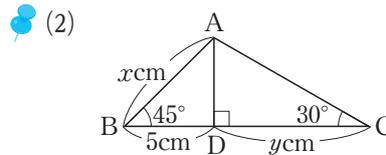
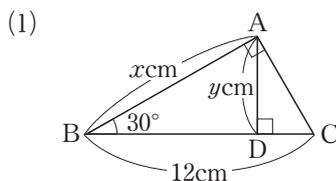
8 次の長さや高さを求めなさい。

- (1) 1辺8cmの正方形の対角線の長さ (2) 1辺12cmの正三角形の高さ

9 下の図で、 x の値を求めなさい。



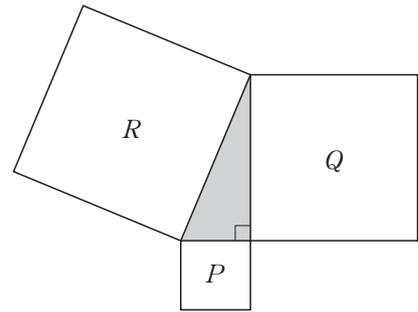
10 下の図で、 x, y の値をそれぞれ求めなさい。



▶ 確認問題

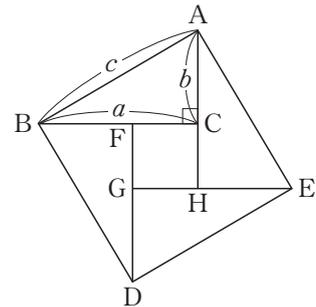
▶▶ 必答&活用 p.176 ②~⑤, p.178 ①, ④

- 1 右の図は、直角三角形の各辺を1辺とする正方形をかいたものです。面積 P , Q が、それぞれ 25cm^2 , 144cm^2 であるとき、面積 R を求めなさい。



② 基本1

- 2 $\triangle ABC$ は、 $\angle C = 90^\circ$, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ の直角三角形で、 $\triangle BDF$, $\triangle DEG$, $\triangle EAH$ は $\triangle ABC$ と合同です。これらを右の図のように組み合わせると、四角形 $ABDE$, $FGHC$ は正方形になります。この図を利用して、 $a^2 + b^2 = c^2$ であることを、次のように証明しました。□ をうめて、証明を完成させなさい。



② 基本1

証明 正方形 $ABDE$ の1辺の長さは c , 正方形 $FGHC$ の1辺の長さは

⑦ □ である。

また、正方形 $ABDE$ の面積は、

(正方形 $FGHC$ の面積) + (⑧ □ の面積) $\times 4$

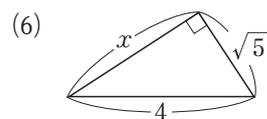
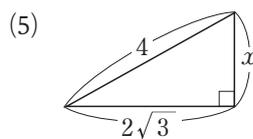
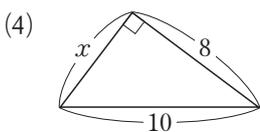
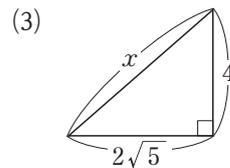
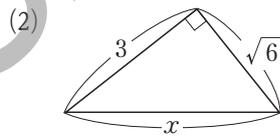
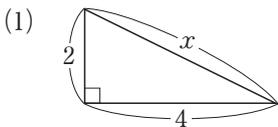
で表せるから、

$$c^2 = (\text{⑨ □})^2 + (\text{⑩ □}) \times 4 = a^2 + b^2$$

したがって、 $a^2 + b^2 = c^2$ である。

- 3 下の図の直角三角形で、 x の値を求めなさい。

② 基本2



4 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形になるものには○、直角三角形にならないものには×を書きなさい。 ② 基本 3

(1) 4cm, 5cm, 6cm

(2) 5cm, 12cm, 13cm

(3) 1.5cm, 2cm, 2.5cm

(4) 0.8cm, 1.5cm, 1.7cm

(5) 2cm, $\sqrt{6}$ cm, 3cm

(6) $\sqrt{3}$ cm, 2cm, $\sqrt{7}$ cm

5 2辺の長さが9cm, 12cmの三角形があります。この三角形が直角三角形であるとき、残りの1辺の長さを次から選んで、記号で答えなさい。 ② 基本 3

ア 10cm

イ 15cm

ウ $3\sqrt{7}$ cm

エ $2\sqrt{15}$ cm

6 次の長さや高さ、面積を求めなさい。 ② 基本 4

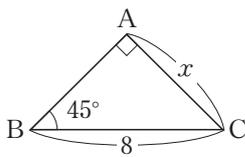
(1) 1辺12cmの正方形の対角線の長さ

(2) 1辺8cmの正三角形の高さと面積

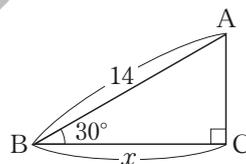
高さ _____ 面積 _____

7 下の図で、 x の値を求めなさい。 ② 基本 4

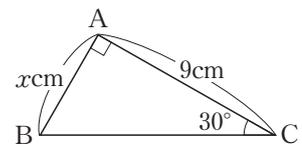
(1)



(2)

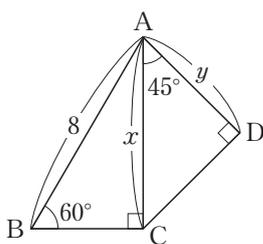


(3)

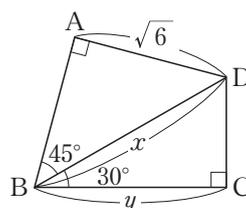


8 下の図で、 x, y の値をそれぞれ求めなさい。 ② 基本 4

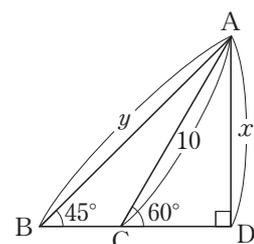
(1)



(2)



(3)



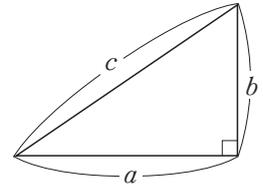
絶対落とせない! 必 答 問題

1 次の にあてはまる数や式, ことばを答えなさい。

本書 p.162, 165

(1) 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると,

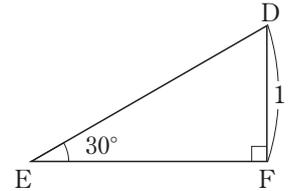
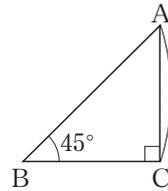
という関係が成り立ちます。



この定理を, といいます。

(2) 右の図の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で, $AC = DF = 1$ とすると, それぞれの辺の長さは, 次のようになります。

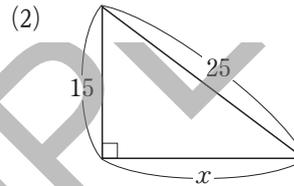
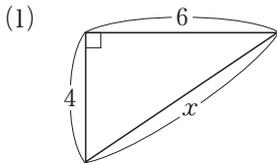
$AB =$, $BC =$



$DE =$, $EF =$

★2 下の図の直角三角形で, x の値を求めなさい。

本書 p.166 ③



★3 次の長さを3辺とする三角形のうち, 直角三角形はどれですか。

本書 p.167 ④, ⑤

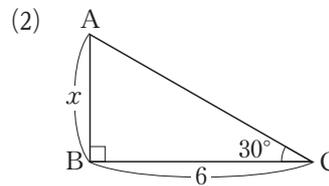
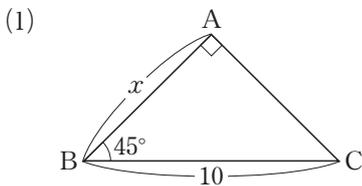
ア 2cm, 5cm, 5cm

イ 8cm, 15cm, 17cm

ウ $\sqrt{6}$ cm, 3cm, $\sqrt{15}$ cm

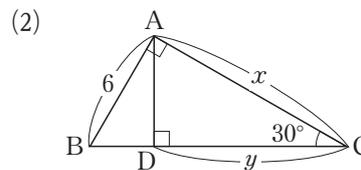
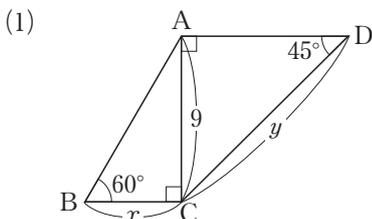
★4 下の図の直角三角形で, x の値を求めなさい。

本書 p.167 ⑦



★5 下の図で, x , y の値をそれぞれ求めなさい。

本書 p.167 ⑧



$x =$ _____

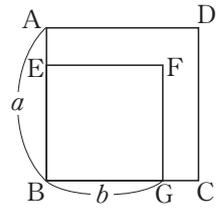
$y =$ _____

$x =$ _____

$y =$ _____

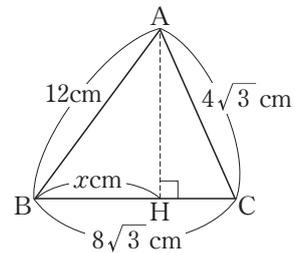
差がつく! 活用問題

- 1 <三平方の定理の説明> **思考力** 右の図のような2つの正方形があります。面積が、正方形 ABCD と正方形 EBGF の和に等しい正方形の1辺となる線分を、図にかき入れなさい。また、かき入れた線分がこの2つの正方形の和に等しい正方形の1辺となることを説明しなさい。 **本書** p.166 ①



説明

- ★2 <三平方の定理×方程式①> 右の図の△ABCにおいて、点Hは頂点Aから辺BCにひいた垂線との交点で、BH = x cm とします。



- (1) x の値を求めなさい。

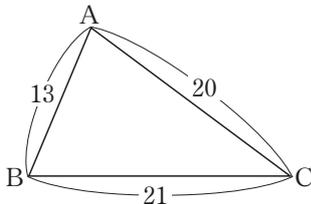
- (2) △ABC の面積を求めなさい。

▶ ガイド

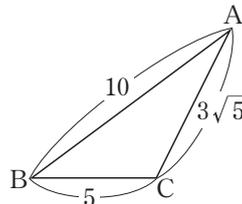
(1) △ABH と △ACH で、三平方の定理を利用して、AH² を表し、方程式をつくる。HC = 8√3 - x

- 3 <三平方の定理×方程式②> 下の図の△ABC の面積を求めなさい。

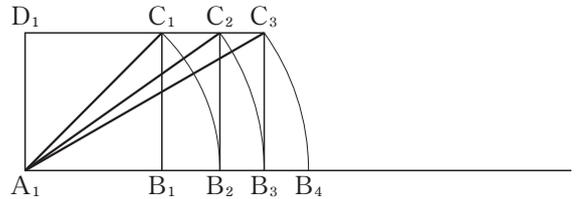
(1)



(2)



- 4 <三平方の定理×√n の長さ> **思考力** 右の図で、正方形 A₁B₁C₁D₁ の1辺の長さを1とします。半直線 A₁B₁ 上に A₁C₁ = A₁B₂ となる点 B₂ をとり、長方形 A₁B₂C₂D₁ をつくります。さらに A₁C₂ = A₁B₃ となる点 B₃ をとり、長方形 A₁B₃C₃D₁ をつくります。同様に B₄, B₅, … をとっていきます。このとき、A₁B₅, A₁B₈ の長さをそれぞれ求めなさい。



本書 p.167 ⑥, p.174 ①

A₁B₅ _____

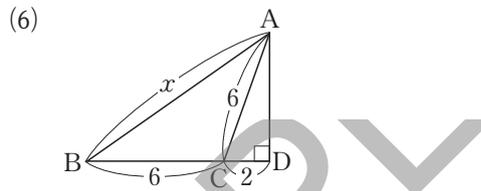
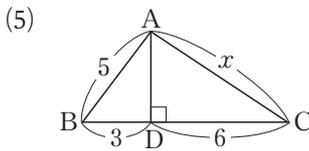
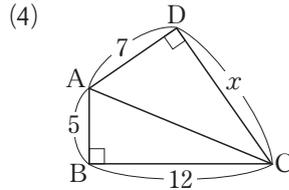
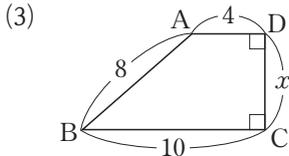
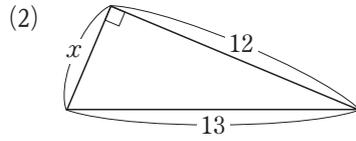
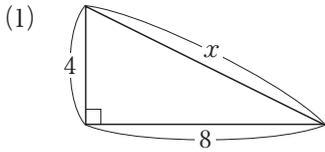
A₁B₈ _____

定期テスト **得点 UP** 問題 (1)

得点

100点

★1 下の図で、 x の値を求めなさい。



1 (4点×6)

| | |
|-----|--|
| (1) | |
| (2) | |
| (3) | |
| (4) | |
| (5) | |
| (6) | |

本書 p.166 ③

★2 次の問いに答えなさい。

(1) 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれですか。

ア 6cm, 7cm, 9cm

イ 2.6cm, 2.4cm, 1cm

ウ $\sqrt{7}$ cm, 5cm, $3\sqrt{2}$ cm

エ 2cm, 3cm, $\sqrt{5}$ cm

2 (4点×2)

| | |
|-----|--|
| (1) | |
| (2) | |

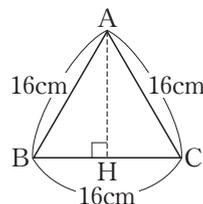
本書 p.167 ④, ⑤

(2) 2辺の長さが6cm, 12cmの三角形があります。この三角形が直角三角形であるとき、残りの1辺の長さを求めなさい。

★3 次の問いに答えなさい。

(1) 対角線の長さが6cmの正方形の1辺の長さを求めなさい。

(2) 右の図の正三角形の高さと面積を求めなさい。



3 (4点×3)

| | |
|-----|----------|
| (1) | |
| (2) | 高さ 面積 |

本書 p.167 ⑥

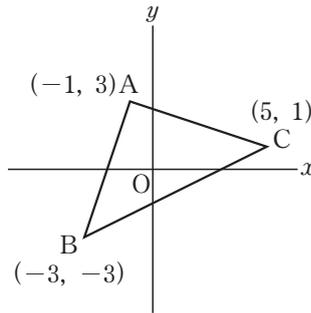
定期テスト **得点 UP 問題 (2)**

得点

100点

1 右の図のような $\triangle ABC$ について、次の問いに答えなさい。

★(1) 辺 AB, BC, CA の長さをそれぞれ求めなさい。



★(2) この $\triangle ABC$ は、どんな三角形ですか。

1 (4点×5)

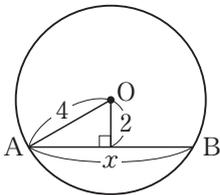
| | |
|-----|----|
| | AB |
| (1) | BC |
| | CA |
| (2) | |
| (3) | |

本書 p.174 ③

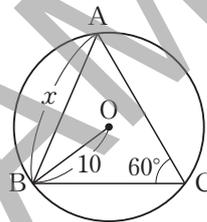
(3) $\triangle ABC$ において、辺 BC を底辺とするときの高さを求めなさい。

2 下の図で、 x の値を求めなさい。(3), (4)の直線 AP は、点 P を接点とする円 O の接線です。

★(1)



(2)

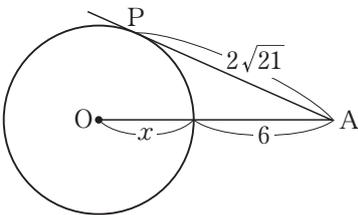


2 (5点×4)

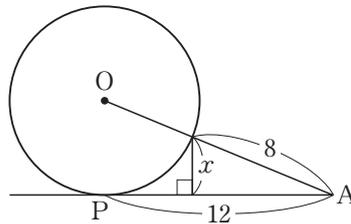
| | |
|-----|--|
| (1) | |
| (2) | |
| (3) | |
| (4) | |

本書 p.174 ④

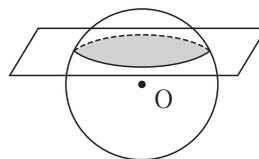
★(3)



(4)



★**3** 右の図のように、半径 5cm の球を、ある平面で切ったときの切り口の面積が $16\pi\text{cm}^2$ でした。球の中心 O と切り口の平面との距離を求めなさい。



3 (5点)

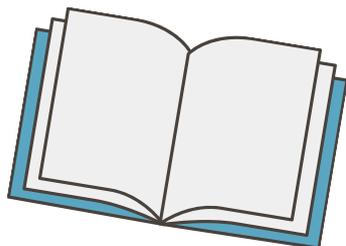
| |
|--|
| |
|--|

本書 p.174 ④

紙面サンプルはここまでです。
弊社教材サンプルをご覧いただき
ありがとうございます。

塾・学校の先生限定サイト

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ版をご覧いただけます。



登録無料で、他にも便利な機能がたくさん！
ぜひお役立て下さい。

Bunri Teachers' Site
会員登録はこちら



※ご登録には弊社発行の招待コードが必要です。

教材サポート

単元テスト、指導用資料、
学習サポートアイテムなど
指導をサポートするコンテンツ



最新の教育情報

社会時事問題、高校入試分析、
教科書採択情報など最新の
教育に関する情報をお届け



各種教材やテストの お問い合わせ・お申込み

生徒さま一人一人に合った教材・
テスト・デジタルコンテンツを
ご提案



※Bunri Teachers' Siteは、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

ユーザー登録していただくことで、会員限定の詳細情報をご覧いただくことができます。
本サイトは一般の方のご利用をお断りしております。予めご了承ください。

お問い合わせフォーム

招待コード発行や教材の内容・ご購入方法等
お気軽にお問い合わせ下さい。

資料ご請求フォーム

弊社教材カタログ、教材やセミナーの
最新情報をお手元にお届けします！