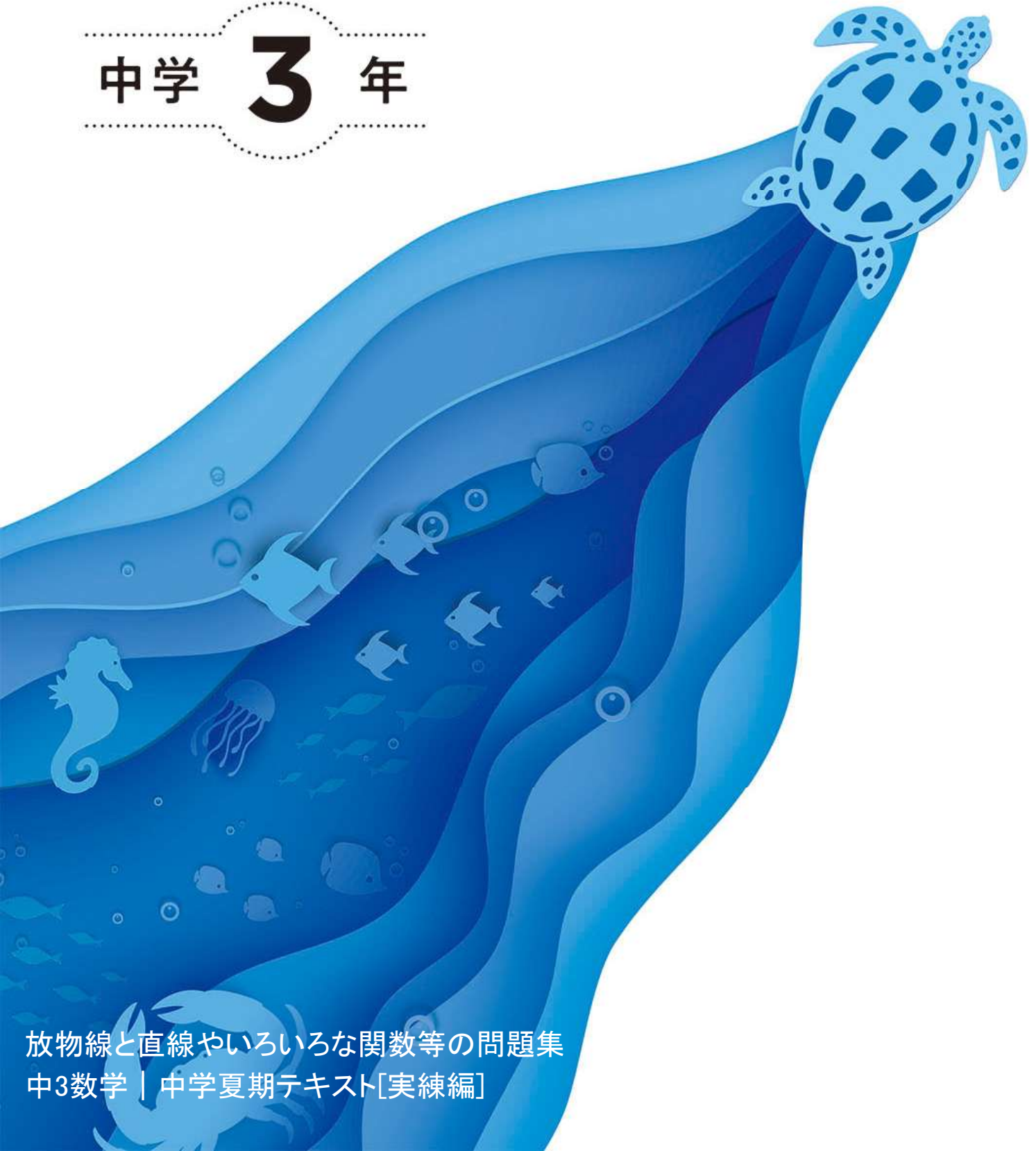


夏期テキスト

実練編

数学

中学 **3** 年



放物線と直線やいろいろな関数等の問題集
中3数学 | 中学夏期テキスト[実練編]

第 12 講座

放物線と直線, いろいろな関数

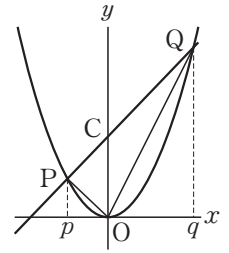
▶ 要点のまとめ

1 放物線と直線

右の図のように, 放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = mx + n$ が 2 点 P, Q で交わる時,

(1) 交点 P, Q の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = mx + n \end{cases}$ の解である。

(2) 交点 P, Q の x 座標を p, q とすると, 直線の傾き $m = a(p+q)$,
切片 $n = -apq$



2 放物線と図形

放物線と図形の問題では, 次のような図形の性質を利用すると簡単になる場合がある。

- ・ 三角形の面積比…高さの等しい三角形の面積の比は, 底辺の比に等しい。
- ・ 等積変形…底辺を共有し, 底辺に平行な 1 つの直線上に頂点をもつ三角形の面積は等しい。
- ・ 平行四辺形の面積の性質…平行四辺形の対角線の交点を通る直線は, 平行四辺形の面積を 2 等分する。

3 いろいろな関数

関数の中には, 次のようなものもある。

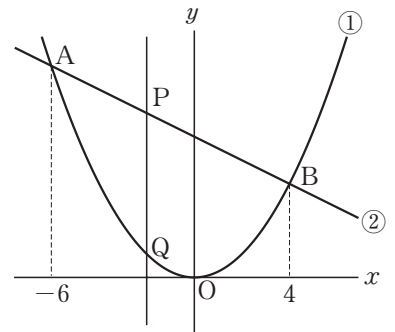
- ・ 変域ごとに式が異なる関数
- ・ 階段状のグラフになる関数
- ・ 倍々に変化する関数(指数関数)

基本問題

1 〈放物線と直線〉 右の図で, 放物線①は $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフであり,

直線②と 2 点 A, B で交わっている。点 A の x 座標は -6 , 点 B の x 座標は 4 である。点 P は線分 AB 上の点で, 点 P を通り y 軸と平行な直線と①との交点を Q とする。次の問いに答えなさい。

(1) 直線②の式を求めなさい。



(2) 線分 PQ の長さが 4 となるときの点 P の x 座標をすべて求めなさい。

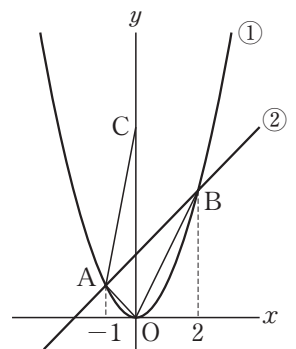
2 〈放物線と図形①〉 右の図で, ①は $y = ax^2$, ②は $y = 2x + b$ のグラフである。①と②の交点 A, B の x 座標が $-1, 2$ であるとき, 次の問いに答えなさい。

(1) a, b の値を求めなさい。

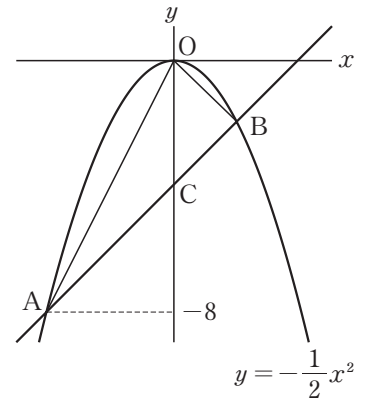
(2) $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

(3) y 軸上の, 直線②について原点 O と反対側に点 C をとる。

$\triangle AOC = \triangle AOB$ となるときの, 点 C の y 座標を求めなさい。



3 〈放物線と図形②〉 右の図のように、2点 A, B は放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$



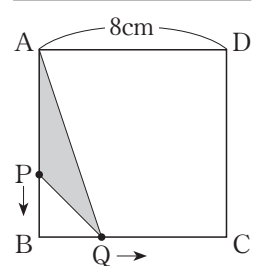
上にあり、点 A の x 座標は負、 y 座標は -8 、点 B の x 座標は正である。直線 AB と y 軸との交点を C とすると、 $\triangle AOC : \triangle BOC = 2 : 1$ であった。次の問いに答えなさい。

(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 原点 O を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

(3) 点 C を通り、 $\triangle AOB$ の面積を 2 等分する直線と、直線 OA との交点の座標を求めなさい。

4 〈いろいろな関数①〉 1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD がある。点 P は A を出発して、辺 AB, BC 上を B を通って C まで、毎秒 2cm の速さで動く。点 Q は、点 P が A を出発するのと同時に B を出発して、辺 BC 上を C まで、毎秒 1cm の速さで動く。2 点 P, Q が同時に A, B を出発してから x 秒後の、 $\triangle APQ$ の面積を ycm^2 とする。次の問いに答えなさい。



(1) x の変域が次のとき、それぞれ y を x の式で表しなさい。

㊦ $0 \leq x \leq 4$

㊧ $4 \leq x \leq 8$

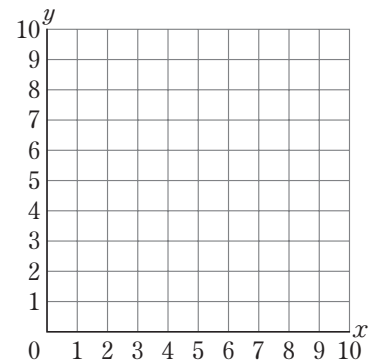
(2) $y = 4$ となるときの x の値をすべて求めなさい。

5 〈いろいろな関数②〉 ある数 a に対して、 $\langle a \rangle$ は、 a を超えない最大の整数を表すこととする。たとえば、 $\langle 2.7 \rangle = 2$ 、 $\langle 4 \rangle = 4$ である。このとき、 $y = x - \langle \sqrt{x} \rangle$ で表される関数を考える。次の問いに答えなさい。

(1) $3 - \langle \sqrt{3} \rangle$ を求めなさい。

(2) $1 \leq x < 4$ のとき、記号 $\langle \rangle$ を使わないで、 y を x の式で表しなさい。

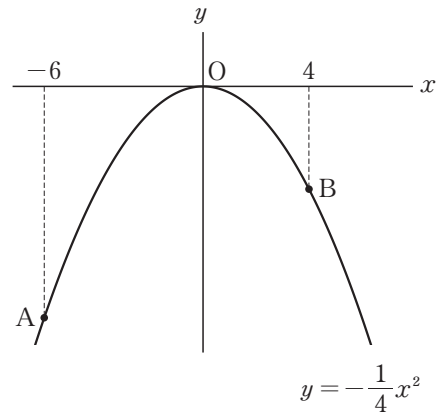
(3) x の変域を $0 \leq x < 1$ 、 $1 \leq x < 4$ 、 $4 \leq x < 9$ にわけて、 $y = x - \langle \sqrt{x} \rangle$ のグラフを右の図にかきなさい。



演習問題

1 右の図のように, 関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点 A, B

があり, A, B の x 座標はそれぞれ $-6, 4$ である。A と y 軸について対称な点を C とするとき, 次の問いに答えなさい。〈福島〉



(1) 点 C の座標を求めなさい。

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

(3) y 軸上に $\triangle BPC$ の周の長さが最も小さくなるように点 P をとる。また, 線分 AB 上または放物線上の2点 A, B の間に, $\triangle QAC$ の面積が $\triangle BPC$ の面積の2倍となるように点 Q をとる。

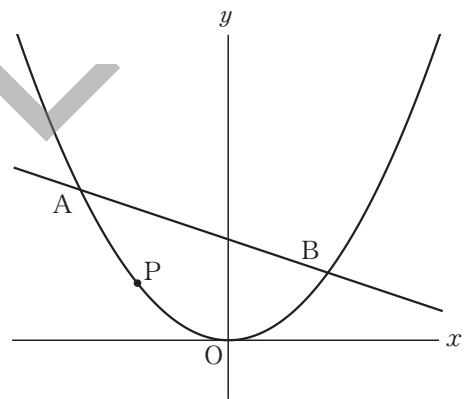
このとき, Q の x 座標をすべて求めなさい。

2 放物線 $y = \frac{1}{3}x^2$ と直線 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ のグラフがあり, 図のように交点を A, B とする。このとき, 次の問いに答えなさい。〈土佐塾高〉

(1) 点 A, B の座標をそれぞれ求めなさい。

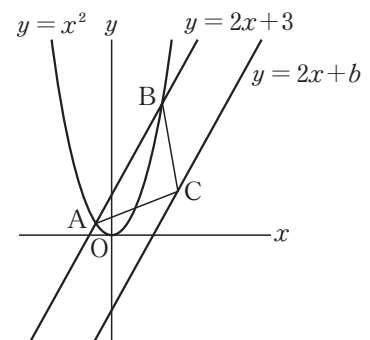
A _____ B _____

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。



(3) 点 P が放物線上の $x < 0$ の部分を動くとき, $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積と等しくなるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。

3 右の図のように, 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + 3$ の2つの交点のうち, x 座標が負である点を A, x 座標が正である点を B とする。また, 点 C は2点 A, B から等距離にあり, 直線 $y = 2x + b$ 上にある。 $\triangle ABC$ の面積が 20cm^2 のとき, 次の問いに答えなさい。ただし, 原点を O, $b < 0$, 座標の1目もりを 1cm とする。〈日本大第三高改〉



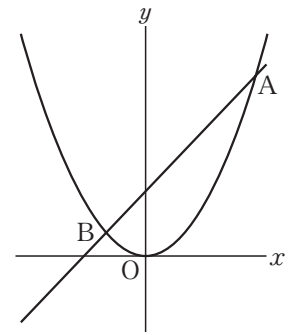
(1) 2点 A, B の座標をそれぞれ求めなさい。

A _____ B _____

(2) b の値を求めなさい。

(3) 点 C の座標を求めなさい。

4 図のように放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = x + 1$ が2点 A, B で交わり, 点 A の x 座標は1である。また, この放物線と直線 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ との交点を C, D とする。ただし, 点 D の x 座標は負であるとする。次の各問いに答えなさい。



〈成蹊高〉

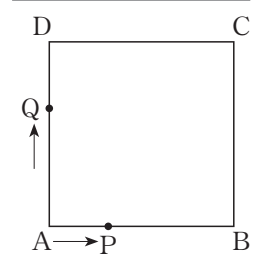
(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 D の座標を求めなさい。

(3) 直線 AD 上に点 E をとり, $\triangle BDE$ と四角形 ADBC の面積が等しくなるようにする。点 E の座標を求めなさい。ただし, 点 E の x 座標は正であるとする。

(4) 点 B を通り四角形 ADBC の面積を 2 等分する直線と, 直線 AD との交点を F とする。点 F の座標を求めなさい。

5 図のような 1 辺の長さが 6cm の正方形 ABCD がある。点 P は頂点 A を出発し, 正方形の周上を毎秒 1cm の速さで左回りに進む。また点 Q は頂点 A を点 P と同時に出発し, 正方形の周上を毎秒 2cm の速さで右回りに進む。なお, P, Q は最初に出会うまで進み, その後停止する。最初に出会うまでの時間を a 秒として, 次の問いに答えなさい。



〈大阪教育大附池田高〉

(1) a の値を求めなさい。また, そのときの, PC の長さを求めなさい。

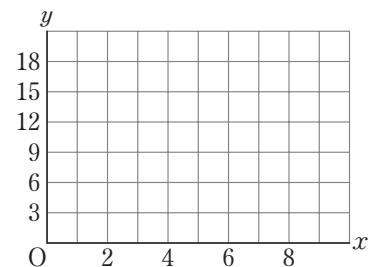
a の値 _____ PC の長さ _____

(2) 出発して x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を ycm^2 とする。 $0 < x < a$ の範囲において, y を x の式で表し, グラフをかきなさい。

㉞ $0 < x < (\quad)$ のとき, $y = (\quad)$

㉟ $(\quad) \leq x < (\quad)$ のとき, $y = (\quad)$

㊱ $(\quad) \leq x < a$ のとき, $y = (\quad)$



(3) 出発して x 秒後に, $\triangle ABQ$ の面積が $\triangle APQ$ の面積の 2 倍になる。 x の値を求めなさい。

弊社サンプルをご覧いただき、
ありがとうございました。



紙面サンプルは ここまでです！

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ見本*と目次をご覧いただけます。

※一部教材を除く

会員登録はこちら



Bunri Teachers' Site とは？

株式会社文理が運営する、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

文理の教材紹介



デジタルサービスや
テストのお申込み



教育情報の発信



オンラインセミナー
のお知らせ

