冬期テキスト

必修編

数学

中学 3 年

学習日　　月　　日

第 6 講座　平面図形と相似，円周角の定理

要点のまとめ

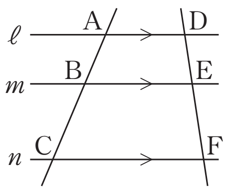
1 相似な図形

(1) 三角形の相似条件
・3 組の辺の比がすべて等しい。
・2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
・2 組の角がそれぞれ等しい。

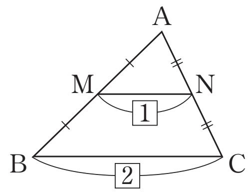
(2) 相似な平面図形の性質
相似な平面図形では，
・周の長さの比は相似比に等しい。
・面積比は相似比の 2 乗に等しい。

2 平行線と比

(1) 平行線と線分の比
$\ell \parallel m \parallel n$ のとき，
AB：BC＝DE：EF
AB：AC＝DE：DF

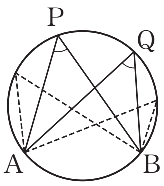


(2) 中点連結定理　2 辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とするとき，
MN // BC
$\mathrm{MN}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$

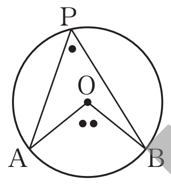


3 円周角の定理

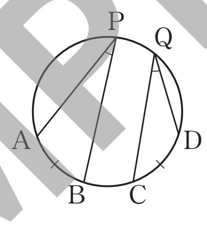
(1) 円周角の定理　1 つの弧に対する円周角は一定であり，その弧に対する中心角の半分である。
(2) 弧の長さと円周角　1 つの円において，等しい弧に対する円周角は等しい。
(3) 半円の弧と円周角　半円の弧(直径)に対する円周角は 90° である。



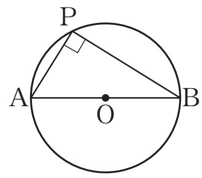
∠APB＝∠AQB



$\angle \mathrm{APB}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}$



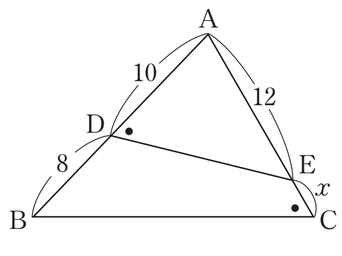
∠APB＝∠CQD



∠APB＝90°

基 本 問 題

1 〈相似の証明と相似比〉　右の図で，∠ADE＝∠ACB であるとき，次の問いに答えなさい。



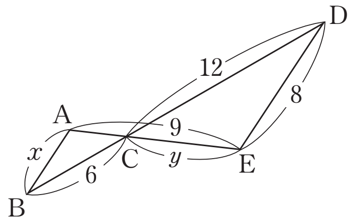
(1) △ABC∽△AED となることを証明しなさい。
証明

(2) x の値を求めなさい。

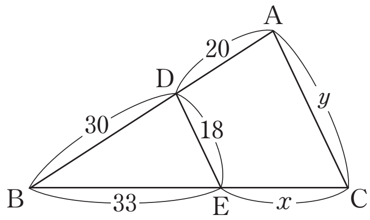
(3) △AED＝56 のとき，四角形 DBCE の面積を求めなさい。

2〈平行線と線分の比〉　次の図で，x，y の値を求めなさい。

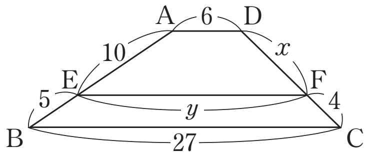
(1)　AB ∥ DE



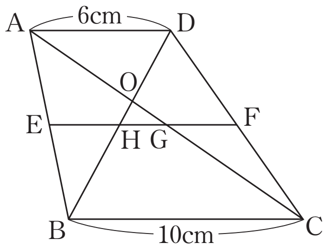
(2)　AC ∥ DE



(3)　AD ∥ EF ∥ BC



3〈中点連結定理〉　右の図のような，AD ∥ BC の台形 ABCD がある。辺 AB の中点を E とし，辺 DC 上に点 F を，EF ∥ AD となるようにとる。線分 EF と対角線 AC，BD との交点をそれぞれ G，H，対角線 AC と BD との交点を O とする。AD＝6cm，BC＝10cm のとき，次の問いに答えなさい。



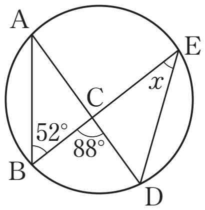
(1)　線分 EH，EF の長さを，それぞれ求めなさい。

EH＿＿＿＿＿＿　　EF＿＿＿＿＿＿

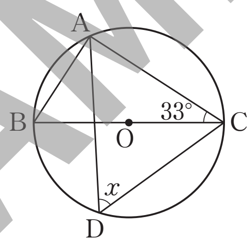
(2)　OG : GC を求めなさい。

4〈円周角〉　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

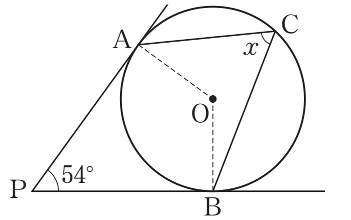
(1)



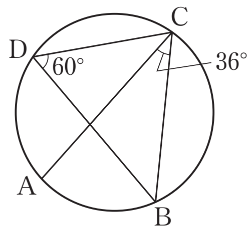
(2)



(3)　直線 PA，PB は円 O の接線

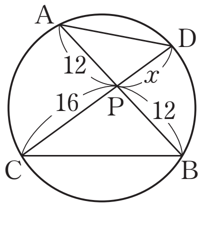


5〈円周角と弧〉　右の図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D があり，$\angle$ACB＝36°，$\angle$BDC＝60°，$\overset{\frown}{AB}$＝3πcm のとき，$\overset{\frown}{BC}$ の長さを求めなさい。

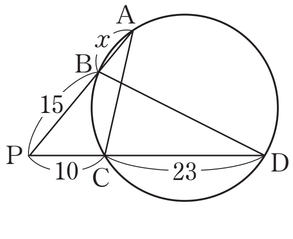


6〈円と相似〉　次の図で，x の値を求めなさい。

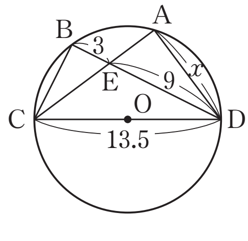
(1)



(2)



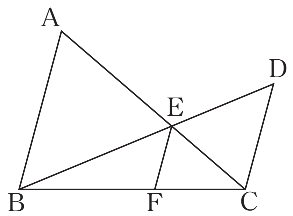
(3)　$\overset{\frown}{AB}$＝$\overset{\frown}{BC}$



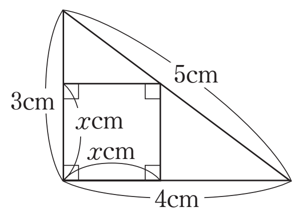
演習問題

1　次の問いに答えなさい。

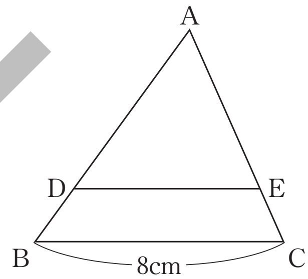
(1)　右の図で，$\triangle ABC$ の辺 AB と $\triangle DBC$ の辺 DC は平行である。また，E は辺 AC と DB との交点，F は辺 BC 上の点で，$AB /\!/ EF$ である。$AB = 6$cm，$DC = 4$cm のとき，線分 EF の長さは何 cm か，求めなさい。　〈愛知〉



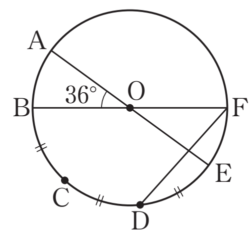
(2)　右の図で，正方形の１辺の長さを $x$cm とするとき，x の値を求めなさい。　〈和歌山〉



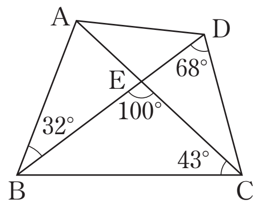
(3)　右の図のように，$\triangle ABC$ の２辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E があり，$DE /\!/ BC$ である。$BC = 8$cm，$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比が $9 : 16$ のとき，線分 DE の長さを答えなさい。　〈新潟〉



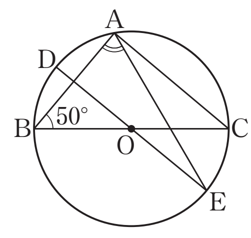
(4)　右の図のように，円 O の円周上に６つの点 A，B，C，D，E，F があり，線分 AE と BF は円の中心 O で交わっている。また，$\angle AOB = 36^\circ$ であり，点 C，D は $\overset{\frown}{BE}$ を３等分する点である。このとき，$\angle BFD$ の大きさを答えなさい。　〈新潟〉



(5)　右の図のような四角形 ABCD があり，対角線 AC と対角線 BD との交点を E とする。$\angle ABD = 32^\circ$，$\angle ACB = 43^\circ$，$\angle BDC = 68^\circ$，$\angle BEC = 100^\circ$ のとき，$\angle CAD$ の大きさを求めなさい。　〈神奈川〉

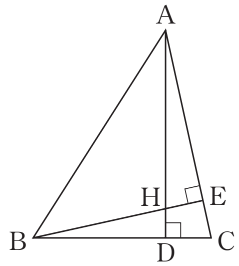


(6)　右の図のように，点 O を中心，線分 BC を直径とする円がある。この円周上に３点 A，D，E があり，線分 DE は点 O を通り，線分 AC と平行である。このとき，$\angle BAE$ の大きさを求めなさい。　〈佐賀〉



2　$\angle A = 45°$ である △ABC がある。右の図のように，頂点 A，B からそれぞれ辺 BC，AC に垂線をひき，辺 BC，AC との交点をそれぞれ D，E としたところ，BD = 3cm，DC = 1cm となった。

このとき，裕太さんは，合同な三角形や相似な三角形に着目して，△ABC の面積を求めることにした。垂線 AD，BE の交点を H として，次の問いに答えなさい。〈群馬〉



(1)　△AEH と △BEC は合同で，AH = BC である。このことを，裕太さんは次のように証明した。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ には適する記号や数値を，［　あ　］，［　い　］には適することばを，それぞれ入れなさい。また，$\boxed{}$ には，∠EAH と ∠EBC が等しいことの説明を書き，証明を完成させなさい。

証明

△AEH と △BEC において，仮定より，∠AEH = $\boxed{\text{ア}}$ = 90°　…①

また，仮定より，∠BAE = 45°，∠AEB = 90° だから，∠ABE = $\boxed{\text{イ}}$°

よって，△EAB は［　あ　］である。したがって，AE = $\boxed{\text{ウ}}$　…②

説明

したがって，∠EAH = ∠EBC　…③

①～③より［　　い　　］ので，△AEH ≡ △BEC

対応する辺の長さは等しいから，AH = BC

ア

イ

ウ

あ

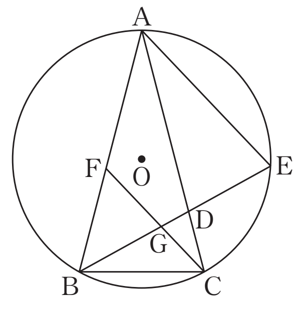
い

(2)　△BDH と相似な三角形をすべて書きなさい。

(3)　相似な三角形を利用して，線分 HD の長さを求めなさい。また，△ABC の面積を求めなさい。

線分 HD の長さ　　　　△ABC の面積

3　右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AB = AC = 4cm，BC = 2cm である。線分 AC 上に，点 D を BC = BD となるようにとる。2 点 B，D を通る直線と円 O の周との交点のうち，点 B と異なる点を E とする。線分 AB 上に，AE // FC となるように点 F をとり，線分 BE と線分 CF との交点を G とする。このとき，次の問いに答えなさい。〈京都〉



(1)　線分 CD，線分 AE の長さをそれぞれ求めなさい。

CD　　　　AE

(2)　AE : FG を最も簡単な整数の比で表しなさい。

弊社サンプルをご覧いただき、
ありがとうございました。

紙面サンプルは
ここまでです！

Bunri Teachers' Site へのご登録で、
全ページ見本※と目次をご覧いただけます。

※一部教材を除く

会員登録はこちら

Bunri Teachers' Site とは？

株式会社文理が運営する、塾・学校の先生方のための情報サイトです。

- 文理の教材紹介
- デジタルサービスやテストのお申込み
- 教育情報の発信
- オンラインセミナーのお知らせ

BUNRI