冬期テキスト

実練編

数学

中学 3 年

学習日　月　日

第 6 講座　平面図形と相似，円周角の定理

要点のまとめ

1 相似な図形

(1) 比の移動　図 1 で，BE ∥ DG のとき，

AF：FD＝AE：EG

BD：DC＝EG：GC

(2) 角の二等分線　図 2 で，∠BAD＝∠CAD のとき，

BD：DC＝AB：AC

図 1

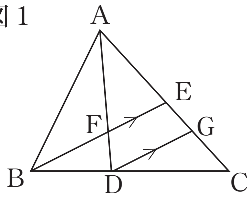
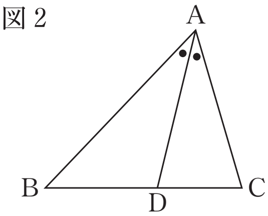


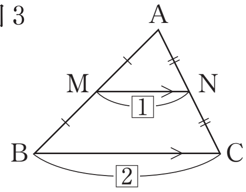
図 2



(3) 中点連結定理　図 3 で，辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とするとき，

$$\mathrm{MN} \parallel \mathrm{BC} \qquad \mathrm{MN} = \frac{1}{2}\mathrm{BC}$$

図 3

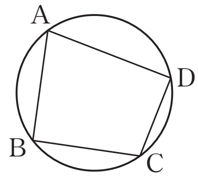


2 円に関する定理

(1) 円に内接する四角形

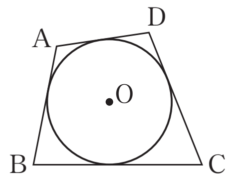
∠A＋∠C＝180°

∠B＋∠D＝180°

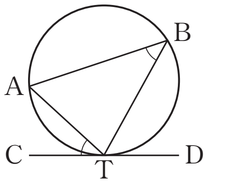


(2) 円に外接する四角形

AB＋CD＝AD＋BC

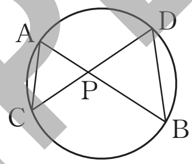


(3) 接弦定理

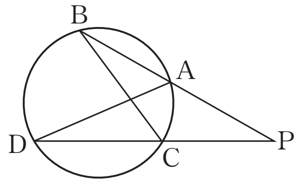


∠ATC＝∠ABT

(4) 方べきの定理



PA×PB＝PC×PD



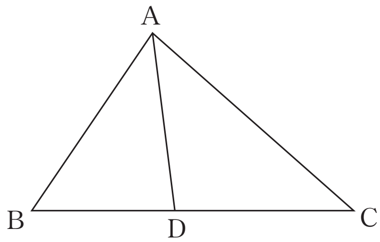
PA×PB＝PC×PD

基本問題

1 〈三角形の相似〉　右の図で，AB＝12cm，BD＝8cm，DC＝10cm，AC＝15cm である。次の問いに答えなさい。

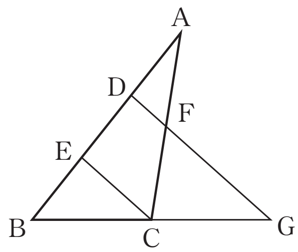
(1) △ABC ∽ △DBA であることを証明しなさい。

証明

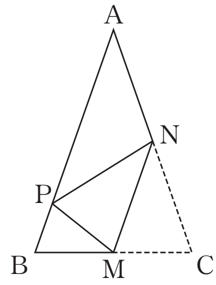


(2) 線分 AD の長さを求めなさい。

2 〈中点連結定理〉　右の図のように，△ABC の辺 AB を 3 等分する点を D, E, 辺 AC を 2 等分する点を F とする。線分 DF の延長と辺 BC の延長との交点を G とする。線分 FG の長さが 6 のとき，線分 EC の長さを求めなさい。



3〈相似の利用〉　右の図は，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC の中点を M とし，辺 AC 上の点 N と結ぶ線分 MN を折り目として △ABC を折り返したとき，頂点 C が辺 AB 上の点 P と重なったことを表している。次の問いに答えなさい。

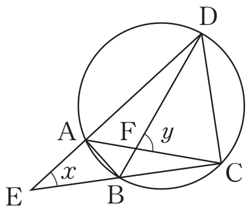


(1)　∠ABC＝a° とするとき，∠APN の大きさを a の式で表しなさい。

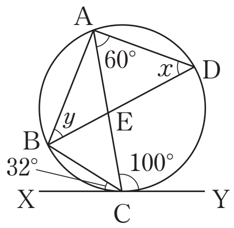
(2)　AB＝9cm，BC＝6cm のとき，AP の長さを求めなさい。

4〈円周角〉　次の図で，∠x，∠y の大きさをそれぞれ求めなさい。

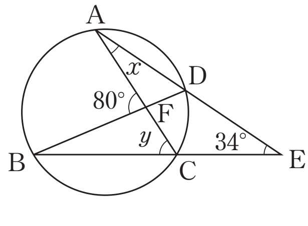
(1)　$\overset{\frown}{AB}$: $\overset{\frown}{BC}$: $\overset{\frown}{CD}$: $\overset{\frown}{DA}$
＝1 : 2 : 3 : 4



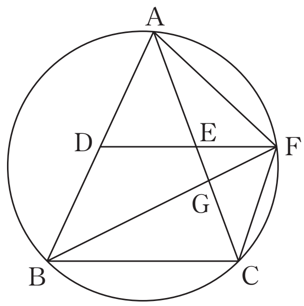
(2)　直線 XY は接線である。



(3)



5〈円と相似〉　右の図のように，3 点 A，B，C は円周上にあり，△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。直線 DE と円との交点を F，直線 BF と辺 AC との交点を G とする。次の問いに答えなさい。

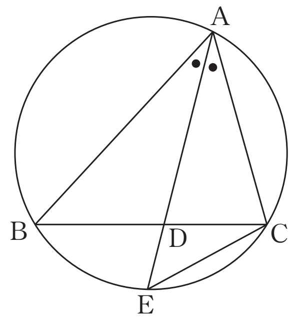


(1)　△AGF ∽ △FGE であることを証明しなさい。

証明

(2)　AE＝6cm，FG＝4cm のとき，GC の長さを求めなさい。

6〈角の二等分線，方べきの定理〉　右の図のように，AB＝16，BC＝14，AC＝12 の △ABC が円に内接している。∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を D，円との交点を E とし，点 C と E を結ぶ。次の問いに答えなさい。



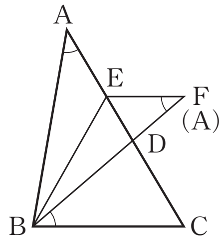
(1)　△ABD と相似な三角形をすべて答えなさい。

(2)　次の線分の長さをそれぞれ求めなさい。

㋐　線分 BD　　　　㋑　線分 AD

演習問題

1　BC＝3，CA＝5 の △ABC において，辺 CA 上に ∠BAC＝∠DBC となる点 D をとる。図のように，辺 BA と BD が重なるように三角形を折ったときの折り目を BE，点 A が移った点を F とする。このとき，次の $\boxed{}$ をうめなさい。



⑴　CD の長さは $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。　〈土浦日本大高〉

ア＿＿＿＿＿　イ＿＿＿＿＿

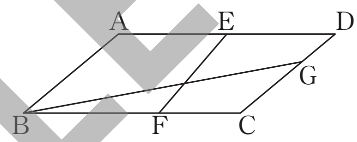
⑵　DE の長さは $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

ウ＿＿＿＿＿　エ＿＿＿＿＿

⑶　△DEF と △ABE の面積比は $\boxed{オ}$：$\boxed{カ}$ である。

オ＿＿＿＿＿　カ＿＿＿＿＿

2　平行四辺形 ABCD において，点 E は辺 AD を 1：1，点 F は辺 BC を 5：3，点 G は辺 CD を 3：2 に分ける点である。次の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。　〈明治学院高〉



⑴　ED：FC

＿＿＿＿＿

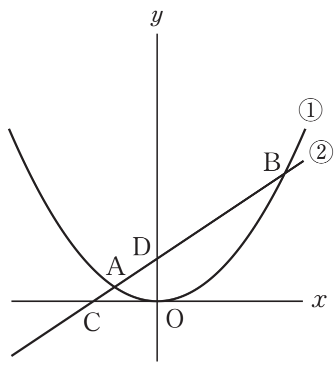
⑵　直線 AD と直線 BG の交点を H とするとき，BF：EH

＿＿＿＿＿

⑶　線分 BG と線分 EF の交点を I とするとき，BI：IG

＿＿＿＿＿

3　右の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{6}x^2$…①と直線 $y=mx+3m\,(m>0)$…②がある。①と②の交点を A，B とし，②と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ C，D とする。このとき，次の問いに答えなさい。　〈土佐塾高〉



⑴　点 C の座標を求めなさい。

＿＿＿＿＿

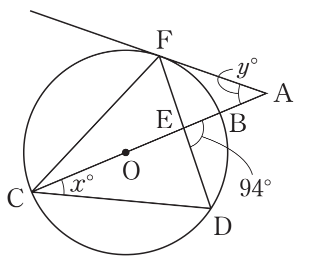
⑵　CD：DB＝1：2 のとき，m の値と点 B の座標を求めなさい。

＿＿＿＿＿

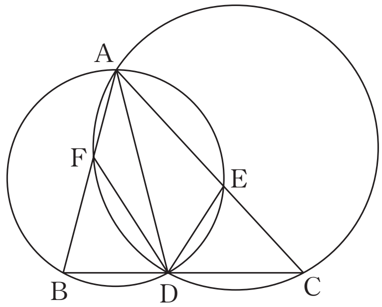
⑶　⑵のとき，面積比 △OAC：△ODA：△OBD を最も簡単な整数の比で表しなさい。

＿＿＿＿＿

4　右の図において，線分 BC は円 O の直径で，直線 AF は点 F で円 O に接している。∠AED＝94°，$\overset{\frown}{\mathrm{BF}}$：$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$＝6：7 のとき，$x$，$y$ の値を求めなさい。　〈愛光高〉



5　図のように，AB＝6，BC＝7，CA＝8 の △ABC がある。AD は ∠BAC の二等分線であり，△ABD の外接円と AC の交点を E，△ADC の外接円と AB の交点を F とする。このとき，次の問いに答えなさい。　〈弘学館高〉



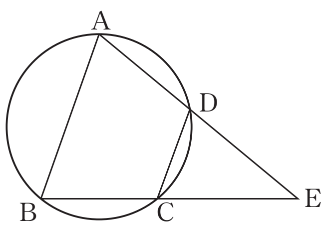
(1)　△ABC∽△DBF を証明しなさい。

証明

(2)　BF，AE の長さを求めなさい。

(3)　△AFD の面積は △AED の面積の何倍か，求めなさい。

6　右の図のように，円に内接する四角形 ABCD があり，BC と AD をそれぞれ延長した直線の交点を E とする。AB＝AC＝6, BC＝5, AD＝DE のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円に内接する四角形の 1 組の向かい合う内角の和は 180° である。　〈岡山白陵高〉



(1)　AD：AC＝AC：AE を証明しなさい。

証明

(2)　AE の長さを求めなさい。

(3)　CD の長さを求めなさい。